Wechselstromwiderstände (Impedanzen)

Ohm'scher Widerstand R: **$R_{wR} = R$**

Kondensator mit Kapazität C: **$R_{wC} = 1/(\omega C)$**

Spule mit Induktivität L: **$R_{wL} = \omega L$**

Parallel- und Reihenschaltungen

bei der **Reihenschaltung** gilt:

$U_0 = U_1 + U_2$ (Maschenregel)

und $I_0 = I_1 = I_2$ (Knotenregel);

Für Widerstände: **$R_{Ges} = R_1 + R_2$**

Für Induktivitäten: **$L_{Ges} = L_1 + L_2$**

Für Kapazitäten gilt: **$1/C_{Ges} = 1/C_1 + 1/C_2$**

bei der **Parallelschaltung** gilt:

$I_0 = I_1 + I_2$ (Knotenregel)

und $U_0 = U_1 = U_2$ (Maschenregel);

Für Widerstände **$1/R_{Ges} = 1/R_1 + 1/R_2$**

Für Induktivitäten **$1/L_{Ges} = 1/L_1 + 1/L_2$**

Für Kapazitäten gilt: **$C_{Ges} = C_1 + C_2$**

Reihenschaltungen
von Widerstand und Kondensator / Spule

Wegen der Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung ist eine vektorielle Addition der Wechselstrom-widerstände erforderlich. Nach dem Satz des Pythagoras ergibt sich:

$$R_{wG}^2 = R^2 + 1/(\omega C)^2 \quad \text{bzw.} \quad R_{wG}^2 = R^2 + \omega^2 L^2$$

Anstelle der Vektoraddition kann auch mit komplexen Zahlen gerechnet werden:

Ohm'scher Widerstand R: $Z_R = R$

Kondens. mit Kapazität C: $Z_C = 1/(i\omega C) = -(\omega C)^{-1}\, i$

Spule mit Induktivität L: $Z_L = i\,\omega L$

Für den komplexen Gesamtwiderstand (= Impedanz) der Serienschaltung gilt dann

$$Z_{Ges} = R - i\,(\omega C)^{-1} \quad \text{bzw.} \quad Z_{Ges} = R + i\,\omega L$$

Der Betrag der komplexen Zahl Z_{Ges} ist dann gleich dem Betrag von R_{Wg}. Der Winkel von Z_{Ges} in der komplexen Zahlenebene gibt den Winkel zwischen Strom und Spannung in der Serienschaltung an.

Magnetische Felder

Magnetische Felder unterscheiden sich von elektrischen Feldern: Es gibt **keine** magnetischen ***Ladungen*** (***Monopole***) gefunden; daher haben die magnetischen Feldlinien *keinen Anfang* und *kein Ende*; sie bilden in sich geschlossene Kurven. (Das Magnetfeld ist ein **Wirbelfeld**.)

Magnetisches Feld
um stromdurchflossenen Leiter

Die magnetischen ***Kraftfeldlinien*** um einen strom-führenden Leiter sind *kreisförmig* (Richtung: rechte-Hand-Regel!). Die Feldstärke des **Magnetfeldes *H*** ist durch das ***Ampère'*sche Gesetz** gegeben:

$$I_{(\text{durch } A)} = \int_{K \text{ um } A} \boldsymbol{H} \cdot d\boldsymbol{s}$$

Das Integral wird entlang einer Kurve K um die Fläche A gerechnet; der Strom I ist der Gesamtstrom, der durch diese Fläche fließt.

Die **Magnetfeldstärke** um einen Leiter mit Strom I nimmt mit der $1/r$ ab (Abstand r von Leiter). Sie ist gegeben durch $\boldsymbol{H} = I/2\pi r$ (Lösung des Integrals um einen Kreis K) und hat daher die Einheit Ampère/Meter (A/m).

Magnetische Felder werden durch das ***Kraftfeld* *B* oder auch das *Feld H* beschrieben**. Die beiden Felder $\boldsymbol{B}$ und $\boldsymbol{H}$ hängen (im Vakuum) einfach über eine Naturkonstante (μ_o) zusammen:

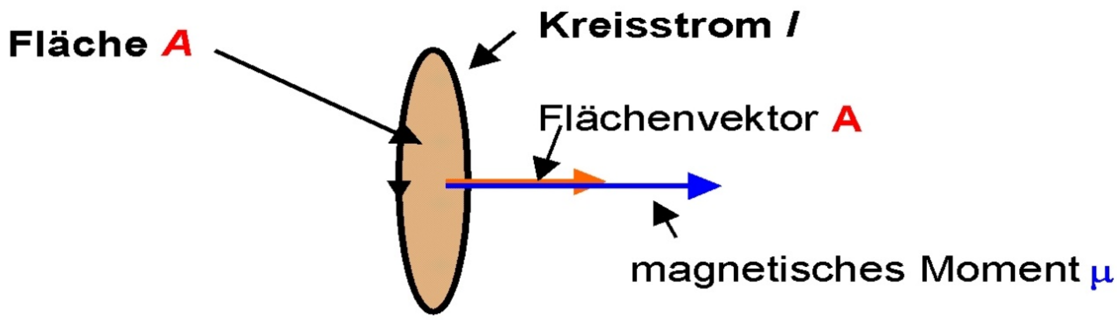
$$\boldsymbol{B} = \mu_o \boldsymbol{H} \quad \text{(im Vakuum);}$$

Die Konstante μ_o (*Magnetfeldkonstante* oder *Permeabilität des Vakuums*) ist eine Naturkonstante analog zu ε_o, wobei μ_o den Wert $4\pi\times10^{-7}$ Vs/Am oder $12{,}57\times10^{-7}$ Vs/Am hat.

Einheit von $\boldsymbol{H}$ ⇔ A/m
Einheit von $\boldsymbol{B}$ ⇔ N/Am = J/Am^2 = Vs/m^2 = Tesla.

Kreisstrom ⇔ Magnetische Dipolmoment

Das **magnetische Dipolmoment** (analog zum ***elektrischen*** *Dipolmoment*): man definiert ein ***magnetisches Dipolmoment*** durch einen **Kreisstrom**, als Produkt der *Stromstärke I* mit der eingeschlossenen *Fläche* ***A*** (ein Vektor in Richtung der Flächen-normale:



damit ist:

$$\mu = I\boldsymbol{A}$$

[*Einheit*: Am^2].

Magnetische Dipolmomente werden von einem homogenen ***B***-Feld *ausgerichtet* (vgl. ***p,E***).

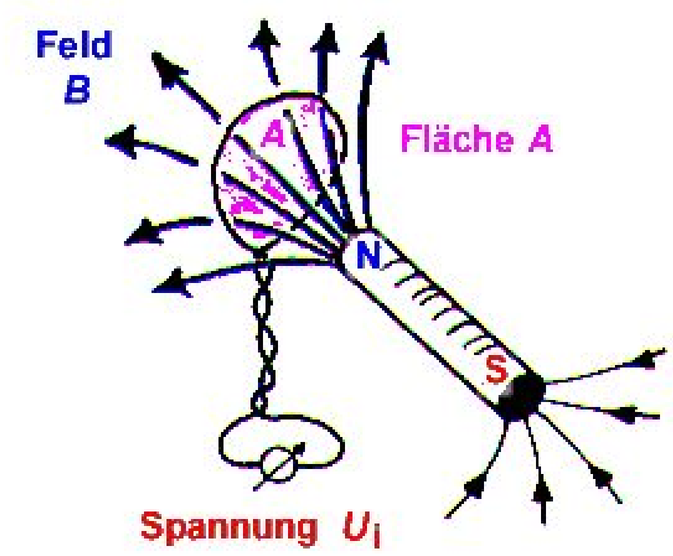
Außer dem Feld eines *langen, geraden Stromes* (***konzentrische Kreise***) sowie dem Feld eines *Kreisstromes* (**Dipol**feld) hat das Feld einer *langen Spule* eine einfache Form: es ist ein **homogenes Feld** (vgl. ***E***-Feld des Plattenkondensators). Die **Richtung** des Feldes ist **parallel zur Spulenachse**, die **Feldstärke** ist gegeben durch (s. *Ampère'sches* Gesetz):

$$B = \mu_o\, N/l\; I$$

mit N/l = Windungszahl/Länge.

Magnetisches Induktionsgesetz

Michael Faraday entdeckte, dass ein sich zeitlich veränderndes Magnetfeld eine elektrische Spannung in einer Schleife oder Spule aus leitendem Material erzeugt: die **Induktionsspannung** U_i. Weitere Versuche zeigten, dass diese Spannung proportional zur zeitlichen Ableitung des **magnetischen Flusses** $\Phi_B(A)$ durch die Fläche $\boldsymbol{A}$ der Spule oder Schleife ist:



Drahtschleife im *B*-Feld eines Stabmagneten. Bewegung oder Drehung der Schleife induziert die Spannung U_i in der Schleife, nach dem ***Faraday'***schen ***Induktionsgesetz***.

Der **Fluß** ist dabei die Anzahl der Magnetfeldlinien, die die Fläche A durchschneiden:

$$\Phi_B(A) = \mu_0 \iint_A \boldsymbol{H} \cdot d\boldsymbol{A}.$$

Hier ist der Fluß des **magnetischen Induktionsfeldes *B*** gemeint, wobei

$$\boldsymbol{B} = \mu_0 \boldsymbol{H} \,.$$

Das ***Induktionsgesetz*** lautet nun:

$$U_i = - d\Phi/dt \; ;$$

die **Induktionsspannung** ist gegeben durch die ***zeitliche Änderung des Flusses*** (d.h. des Produktes aus ***B*** und ***A***) und ist stets ihrer Ursache **entgegengerichtet** (Minuszeichen).

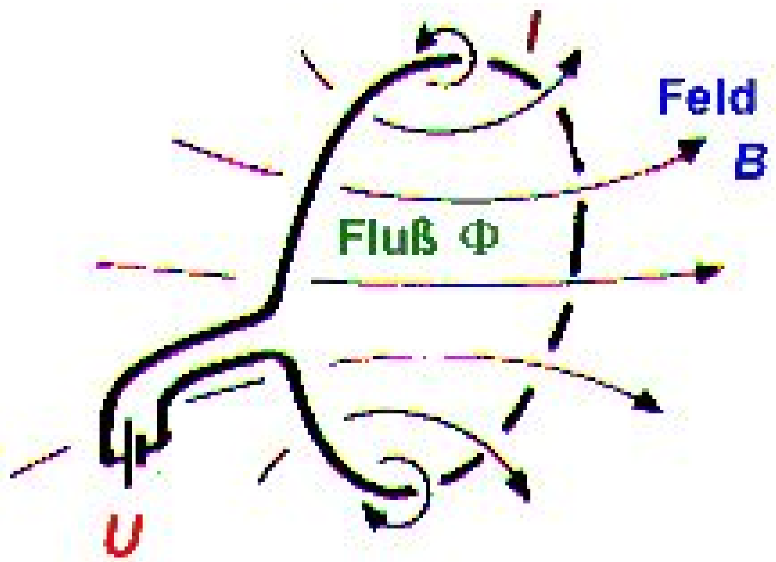
Es gibt verschiedene Wege, eine zeitliche Änderung des Flußes zu produzieren: das **Feld** ***H*** (oder ***B***) kann sich ändern (Änderung des Stromes durch eine Feldspule, Bewegung eines Dauermagneten), die **Fläche** ***A*** kann sich ändern (Zusammenziehen einer Drahtschleife), oder die ***relative Einstellung*** der Fläche zum Feld kann sich ändern (Drehung einer Draht-schleife). Die letzte Methode wird in elektrischen **Dynamos** (Generatoren, Lichtmaschinen) angewandt.

Dreht man eine Spule mit konstanter Winkel-geschwindigkeit ω in einem konstanten, homogenen Magnetfeld, so verläuft die Induktionsspannung U_i in der Spule *sinusförmig*:

$$U_i(t) = U_o \sin[\omega t + \varphi] \; .$$

Ursache der Induktivität einer Spule

Wir können eine ähnliche Rechnung für eine *Spule* durchführen: wenn die Spule einen Wechselstrom trägt, erregt sie in ihrer Mitte ein **magnetisches Wechselfeld** ***H***(*t*) bzw. ***B***(*t*); dies erzeugt einen zeitlich veränderlichen Fluß durch die Spule, ***B***(*t*)·***A***. Dieser induziert wiederum eine Spannung $U_i(t)$, die proportional der zeitlichen Ableitung des Feldes ***B***(*t*) ist.



Drahtschleife mit einer externen Spannungsquelle. Der Strom ***I*** im Draht erzeugt das magnetische Induktionsfeld ***B*** und somit den Fluß Φ = ***BA*** (*A* = Fläche der Schleife). Ändert sich die Spannung ***U*** zeitlich (z.B. $U(t) = U_o \sin[\omega t + \varphi])$, so werden ***B*** und Φ auch zeitlich verändert, eine **Induktionsspannung** $U_i = -d\Phi/dt$ erscheint zwischen den Enden der Drahtschleife [**entgegengesetzt** zur momentanen externen Spannung *U*(*t*)].

Bei einer Spule der Länge l, Windungszahl N mit dem Radius r gilt:

$$U_i(t) = -d[\Phi]/dt = -d[\boldsymbol{B}(t)\, A]/dt$$
$$= -d[\mu_o (N/l) I(t)\; N\pi r^2]/dt$$
$$= -[\mu_o \pi r^2 N^2/l]\;\; dI(t)/dt = -L\; dI(t)/dt$$

.

Materie im Magnetfeld

Wir können **drei Typen** der Materie bzgl. magnetisches Verhalten unterscheiden:

- **Diamagnetika**, mit $\mu_r < 1$ ***schwächen*** das magnetische Feld ***B*** ab;
- **Paramagnetika**, mit μ_r 1 ***verstärken*** das Feld ***B***;
- **Ferromagnetika**, mit $\mu_r \rightarrow \infty$ besitzen ein eigenes ***spontanes Feld B***; (und daher eine ***spontane Magnetisierung***!)