

Mathematik-Brückenkurs 2011, FU Berlin

Übungsblatt zur Linearen Algebra, 06.10.2011

1. Multiplikation von Matrizen

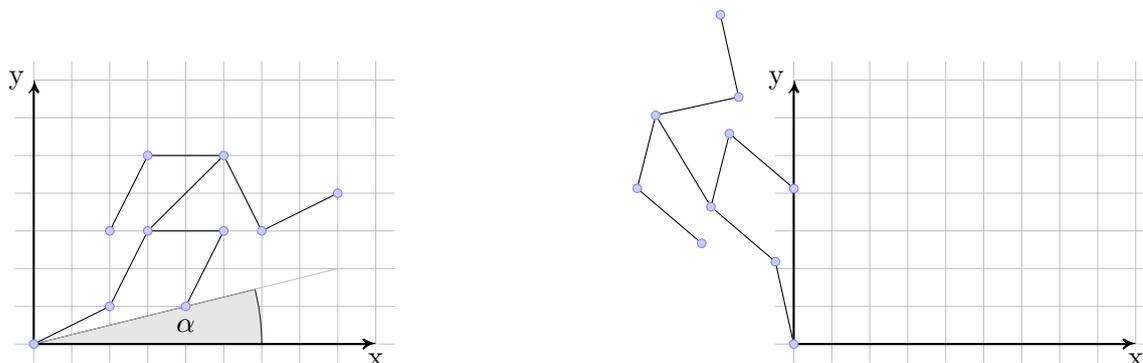
Gegeben sind die folgenden Matrizen:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 7 & 3 & 9 \\ 8 & 9 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix} \quad \mathbb{1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

- (a) Berechnen Sie die folgenden Produkte und begründen Sie den Namen der Identitätsmatrix $\mathbb{1}$
- a) $A \cdot B$ b) $A \cdot \mathbf{x}$ c) $A \cdot \mathbb{1}$ d) $\mathbb{1} \cdot \mathbf{x}$
- (b) Zeigen Sie an einem Beispiel von 2×2 Matrizen, dass das Matrixprodukt im allgemeinen nicht kommutativ ist.
- (c) Berechnen Sie das Volumen der Körper, die durch die Spalten der Matrix A , $\mathbb{1}$ aufgespannt werden.
- (d) Begründen Sie warum das Volumen der Körper die durch die Zeilen der Matrizen aufgespannt werden, dasselbe ist.

2. Transformationen

Lassen Sie den Läufer die y-Achse hochklettern! Geben Sie dazu die neuen Koordinaten der markierten Punkte an.



3. Fliegen

Bei einer Fliegenart entwickeln sich die Eier in einer Woche zu Larven und diese in einer weiteren Woche zu Fliegen. Durch Feinde kommt ein Teil der Larven und Eier um. Nur aus 6% der Eier entstehen Larven. Ein Drittel der Larven wird zu Fliegen. Jede Fliege legt in einer Woche 50 Eier und stirbt.

- Wie viele Eier, Larven und Fliegen gibt es nach 3 Wochen, wenn am Anfang nur 100 Eier vorlagen
- Wie viel von jeder Sorte gibt es, nach 51, 55 und 62 Wochen wenn am Anfang 1050 Eier, 81 Larven und 27 Fliegen da waren.
- Wie viel von jeder Sorte gibt es nach n Wochen, wenn am Anfang 50 Eier, 3 Larven und 1 Fliege da sind.

4. *Welche Summanden*

Die Zahl 45 soll in vier Summanden zerlegt werden. Man soll ein und dieselbe Zahl erhalten, wenn man zum ersten Summanden 2 addiert, vom zweiten 2 subtrahiert, den dritten mit 2 multipliziert und den vierten mit 2 dividiert.

Um welche Summanden handelt es sich?

Tipp: Vielleicht hilft ihnen der folgende Sachverhalt weiter

$$\frac{1}{9} \begin{pmatrix} 2 & 7 & 5 & 4 \\ 2 & -2 & 5 & 4 \\ 1 & -1 & -2 & 2 \\ 4 & -4 & -8 & -10 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} = \mathbb{1}$$

5. *Ein einfaches Gleichungssystem*

Lösen Sie das folgende Gleichungssystem

$$2x_1 + 5x_2 + x_3 - x_4 = 0 \tag{1}$$

$$x_1 - 4x_2 + x_4 = 0 \tag{2}$$

$$3x_1 + 7x_2 + x_3 - 6x_4 = 0 \tag{3}$$

$$1,5x_1 - 6x_2 + 1,5x_4 = 0 \tag{4}$$

6. **Die Bauern**

In einem Dorf gibt es zwei Felder. Das erste Feld ist doppelt so groß wie das Zweite. Eines frühen Morgens trafen sich die Bauern des Dorfes, um die Felder zu bestellen. Die erste Hälfte des Tages arbeiteten sie alle gemeinsam an dem großen Feld. Danach teilten sie sich in zwei gleiche Gruppen auf, so dass die erste Gruppe immer noch an dem großen Feld arbeitete und die zweite Gruppe sich des kleinen Feldes annahm. Am Ende des Tages war das große Feld fertig und von dem Kleinen ist genau so viel geblieben, wie ein einzelner Bauer während eines ganzen Tages bestellen kann.

Wie viele Bauern sind im Dorf ?