

Aufgabe 1

Differenzieren Sie

(a) $f(x) = 3x^2 - 5x + 6,$

(b) $f(x) = \sqrt{2x + 3},$

(c) $f(x) = \sin(\ln x),$

(d) $f(x) = \cot(2x),$

(e) $f(x) = \frac{1}{1 + \tan x},$

(f) $f(x) = e^{\sin(3x)}.$

Aufgabe 2

Berechnen Sie folgende unbestimmte Integrale

(a) $\int dx \frac{1}{5-2x},$

(b) $\int dx \frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}$ mit $|x| < a,$

(c) $\int dx(x^5 - 4x^3),$

(d) $\int dx x^3 \ln x,$

(e) $\int dx x e^x \sin x,$

(f) $\int dx x e^{-x^2},$

(g) $\int dx \sin(3x).$

Aufgabe 3

Berechnen Sie folgende Integrale

(a) $\int_{-1}^1 dx(x^3 - 4x),$

(b) $\int_0^1 dx \sqrt{1-x^2},$

(c) $\int_2^4 dx \frac{1}{x},$

(d) $\int_{-2}^{-1} dx \frac{1}{x}$,

(e) $\int_0^{10} dx e^{-5x}$,

(f) $\int_0^{\pi/3} dx \sin x \cos(2x)$,

(g) $\int_1^3 \frac{6+x}{x^2+7x+12}$,

(h) $\int_0^{1/2} dx \frac{1}{1+4x^2}$.

Aufgabe 4

Schreiben Sie folgende linearen Gleichungssysteme in der Form Matrix \times Vektor = Vektor und lösen Sie die linearen Gleichungssysteme durch Gaußsches Eliminationsverfahren

(a)	$4x - 2y = 1$	(b)	$x + 2y + 3z = 2$
	$x + 2y = 8$		$3x + 2y + z = 0$
			$-x + y + z = 1$

Aufgabe 5

Betrachten Sie die Gerade, die durch die Funktion $y = 3x + 2$ gegeben wird.

- (a) Geben Sie die Parameterdarstellung dieser Gerade an.
- (b) Bestimmen Sie die Normale \mathbf{n} und geben Sie die Normalform dieser Geraden an.
- (c) Die Gerade schneidet die x -Achse in dem Punkt $x = -2/3$. Mit welchem Winkel?
- (d) Berechnen Sie den (minimalen) Abstand vom Ursprung.

Aufgabe 6*

Stellen Sie sich vor, Sie haben bei einer Bank eine Summe X geliehen gegen festen Zins $p\%$ pro Jahr. Jedes Jahr zahlen Sie einen Betrag Y an die Bank. Dieser Betrag wird zuerst mit der Zinszahlung verrechnet. Was übrig bleibt, wird als Rückzahlung für die geliehene Summe verwendet. Dadurch verringert sich der Nennwert Ihrer Schulden.

- (a) Erstellen Sie eine Formel, die Ihre Schulden $X(n)$ nach n Jahren als Funktion der Schulden $X(n-1)$ nach $n-1$ Jahren, der Abzahlung Y und dem Zinssatz p ausdrückt. Benutzen Sie nun diese Formel, um die Zeitentwicklung der Schulden fuer die Fälle $X(0) = X = 1000$ Euro, $p = 5\%$, mit $Y = 100$, $Y = 50$, und $Y = 10$ Euro zu bestimmen.
- (b) Betrachten Sie nun den Grenzfall, dass die Zahlung nicht einmal pro Jahr, sondern m Mal pro Jahr stattfindet, mit $m \rightarrow \infty$. Die Abzahlung ist dann entsprechend Y/m , mit Zins p/m . In diesem Grenzfall wird Ihre Formel aus (a) eine Differentialgleichung. Lösen Sie diese Gleichung und vergleichen Sie Ihre Lösung mit den konkreten Beispielen, die Sie in (a) betrachtet haben.