

Aufgabe 1

- (a) Beweisen Sie die Lösung für quadratische Gleichungen (Tipp: quadratische Ergänzung)

$$x^2 + px + q = 0 \quad \Rightarrow \quad x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$$

- (b) Geben Sie die Lösung der quadratischen Gleichung

$$ax^2 + bx + c = 0$$

an.

- (c) Was ist die Lösung der quadratischen Gleichung

$$x(x - m) = 0 \quad ?$$

- (d) Bestimmen Sie die Lösung der Polynomgleichung

$$x^4 - 3x^2 - 1 = 0.$$

Aufgabe 2

- (a) Die kubische Gleichung

$$x^3 - 6x^2 + 9x - 2 = 0$$

hat die Lösung $x = 2$. Bestimmen Sie durch Polynomdivision die anderen beiden Lösungen dieser Gleichung.

- (b) Die Polynomgleichung

$$2x^4 - 5x^3 + 2x^2 + x = 0$$

hat die Lösungen $x = 0$ und $x = 1$. Bestimmen Sie durch Polynomdivision die anderen beiden Lösungen dieser Gleichung.

- (c) Bestimmen Sie durch Polynomdivision das Verhalten von

$$f(x) = \frac{x^2 - 2x + 3}{x^2 + 1}; \quad f(x) = \frac{x^3 - 3x^2 + 4x + 1}{x^2 + 2}$$

für große Werte von x . Vernachlässigen Sie Terme des Typs $1/x^n$ mit $n > 2$.

Aufgabe 3

Beweisen Sie die Formel

$$\sum_{n=0}^N q^n = 1 + q + q^2 + \dots + q^N = \frac{1 - q^{N+1}}{1 - q}$$

für die geometrische Reihe. Unter welcher Bedingung können Sie den Grenzübergang $N \rightarrow \infty$ bilden und was ist das Resultat?

Aufgabe 4

Ein Brückenbogen hat die Form einer Parabel mit Lagern bei $x = \pm 5\text{m}$ und Scheitelhöhe 4m . Wie lautet die Gleichung der Parabel?

Aufgabe 5

Zeigen Sie, ausgehend von der in der Vorlesung bewiesenen Relation $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$, die folgenden trigonometrischen Identitäten

(a) $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$; $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

(b) $\sin \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1}{2}(1 - \cos \alpha)}$; $\cos \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1}{2}(1 + \cos \alpha)}$

(c) $\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]$; $\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2}[\sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta)]$

(d) Drücken Sie $\sin 3\alpha$ durch $\sin \alpha$ und $\tan(\alpha + \beta)$ durch $\tan \alpha$ und $\tan \beta$ aus.

(e) Vereinfachen Sie

$$\frac{\cos \alpha(1 - \tan^2 \alpha)}{\tan \alpha(\cot \alpha - 1)}.$$

Aufgabe 6

Berechnen Sie

(a) $\cos(\pi/4)$,

(b) $\sin(\pi/12)$,

(c) $\tan(\pi/8)$,

(d)* $\tan(\pi/5)$.

Aufgabe 7

Stellen Sie sich vor, die Erde trägt einen Gürtel um den Äquator. Nun verlängern Sie den Gürtel um einen Meter. Wie weit steht er ab?

Aufgabe 8

In dieser Aufgabe geht es um Grundlagen der Kombinatorik.

- (a)
1. In einer Urne liegen N unterscheidbare Kugeln. Sie ziehen nacheinander k Kugeln ohne Zurücklegen. Wie viele unterschiedliche Ergebnisse ohne Berücksichtigung der Reihenfolge gibt es?
 2. Die Wahrscheinlichkeit, beim Wurf einer Münze als Ergebnis "Kopf" zu erhalten, sei p . Sie werfen die Münze N mal. Was ist die Wahrscheinlichkeit, dabei insgesamt k mal Kopf zu erhalten? Hilft Ihnen dabei der erste Aufgabenteil?
 3. Sie kennen den Binomialkoeffizienten $\binom{N}{k}$ aus der Vorlesung. Interpretieren Sie anschaulich die beiden Relationen

$$\binom{N}{k} = \binom{N}{N-k}, \quad \sum_{k=0}^N \binom{N}{k} p^k (1-p)^{N-k} = 1 \quad \text{für } 0 < p < 1.$$

- (b) In einer Urne liegen N Kugeln, k weiße und $N - k$ schwarze. Sie entnehmen $l \leq k$ Kugeln ohne Zurücklegen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß darunter genau $m \leq l$ weiße Kugeln sind?

Aufgabe 9*

Berechnen Sie

(a) $\sum_{n=1}^m \frac{1}{n(n+1)},$

(b) $\sum_{n=1}^m n,$

(c) $\sum_{n=1}^m n(n-1).$