

Aufgabe 1 Die sogenannten Hyperbelfunktionen werden definiert durch

$$\begin{aligned}\sinh x &= \frac{1}{2}(e^x - e^{-x}) & \tanh x &= \frac{\sinh x}{\cosh x} \\ \cosh x &= \frac{1}{2}(e^x + e^{-x}) & \coth x &= \frac{\cosh x}{\sinh x}\end{aligned}$$

(sinus hyperbolicus etc.)

- (a) Zeigen Sie: $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$.
- (b) Drücken Sie $\sinh(x + y)$ aus durch $\sinh x$, $\cosh x$, $\sinh y$ and $\cosh y$.
- (c) Analog für $\cosh(x + y)$.

Vergleichen Sie Ihre Resultate mit den entsprechenden Formeln für $\sin(\alpha + \beta)$ und $\cos(\alpha + \beta)$.

Aufgabe 2

Skizzieren Sie die Funktionen $\sinh x$, $\cosh x$, $\tanh x$ und $\coth x$.

Aufgabe 3

Beweisen Sie

$$\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}.$$

Aufgabe 4 Differenzieren Sie

- (a) $f(x) = 3x^4 - 4x^3 + x^2 - 2x$,
- (b) $f(x) = \sqrt{x}$,
- (c) $f(x) = x \sin x$,
- (d) $f(x) = x \ln x - x$,
- (e) $f(x) = \frac{x}{x + 2}$,
- (f) $f(x) = \frac{1}{\sin x}$.

Aufgabe 5 Differenzieren Sie

(a) $f(x) = \sinh x$,

(b) $f(x) = \cosh x$,

(c) $f(x) = \tanh x$,

(d) $f(x) = \coth x$.

Aufgabe 6 Skizzieren Sie $f(x)$ und $f'(x)$ für die folgenden Funktionen.

(a) $f(x) = 1 - 2x$,

(b) $f(x) = \frac{1}{x}$,

(c) $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$.

Aufgabe 7 Skizzieren Sie die Funktionen und bestimmen Sie eventuelle Wendepunkte.

(a) $f(x) = \frac{1}{x^2 + a^2}$,

(b) $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 1}$,

(c) $f(x) = \tanh x$.

Aufgabe 8*

Im Jahre 1778 stellte sich der berühmte Mathematiker Euler die Frage nach dem Wert des Ausdrucks

$$y = \sqrt{2}^{\sqrt{2}^{\sqrt{2}^{\sqrt{2}^{\dots}}}} .$$

Können Sie diese Frage beantworten?