Übungsblatt 4 — Brückenkurs WS 15/16

Aufgabe 1 Differenzieren Sie

(a) $f(x) = \left(1 - 3x^2\right)^4$,

(b) $f(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 2}$,

(c) $f(x) = \dfrac{1-x}{\sqrt{x}}$,

(d) $f(x) = \sqrt{\dfrac{x-1}{x+1}}$,

(e) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x} - 1}$.

Aufgabe 2 Skizzieren Sie die Funktionen und bestimmen Sie eventuelle Hoch- und Tiefpunkte

(a) $f(x) = x + \dfrac{1}{x}$

(b) $f(x) = \dfrac{x+2}{x^2+1}$

(c) $f(x) = \sqrt{x^2 + 2}$

Aufgabe 3 Bilden Sie die Ableitungen von

(a) $\sin(2x)$,

(b) $\sin(x^2)$,

(c) $\sin^2 x$,

(d) $\sin[a \cos(bx)]$,

(e) $\dfrac{1}{\sin x + 1}$,

(f) $e^{-\sin x}$.

Aufgabe 4 Skizzieren Sie $f(x)$ und $f'(x)$ für die folgenden Funktionen:

(a) $x^2 e^{-x}$

(b) $e^{-a\,x^2} \qquad (a > 0)$

(c) $\dfrac{1}{e^x + 1}$

Aufgabe 5 Bestimmen Sie Verlauf und eventuelle Extrema von

(a) $x \, \ln x$

(b) $\ln \dfrac{x}{(x+1)^2}$

Aufgabe 6

In der Vorlesung wurde gezeigt, dass die Ableitung von $f(x) = x^n$ durch $f'(x) = n x^{n-1}$ gegeben ist, wobei $n = 0, 1, 2, \ldots$. Beweisen Sie nun, dass diese Formel auch fuer allgemeine n gilt.
Tipp: Schreiben Sie $x^n = e^{n \ln x}$.

Aufgabe 7

Die Umkehrfunktionen der Hyperbelfunktionen heißen arsinh$x$, arcosh$x$, artanh$x$ und arcoth$x$.

(a) Berechnen Sie die Ableitungen von arsinh$x$ und arcosh$x$ mit Hilfe der Ableitungsregel für Umkehrfunktionen.

(b) Drücken Sie die Funktionen artanh und arcoth durch ln aus und berechnen Sie die Ableitungen von artanh und arcoth.

Aufgabe 8*

Bilden Sie die Ableitungen von

(a) x^x,

(b) $\ln(\ln(\ln x))$,

(c) $\arcsin\left(\dfrac{1 - 5\cos^2 x}{1 + 3\cos^2 x}\right)$.