Übungen zur Theoretischen Physik I   WS 2017/2018   Blatt 12

Abgabetermin: Montag, 22.01.2018, *Anfang* der Vorlesung (**d.h. spätestens 10:15**)

Aufgabe 1: Fingerübungen (3+3+4 Punkte)

(a) Formulieren Sie den Energieerhaltungssatz für die eindimensionale Bewegung eines Massepunktes.

(b) Betrachten Sie die Funktion $f(x) = \int_0^x dy \sin y^2$ und berechnen Sie die Taylorreihe um $x = 0$ bis zur Ordnung x^4.

(c) Nutzen Sie die Eulersche Formel $e^{ix} = \cos x + i \sin x$, um das unbestimmte Integral

$$\int dx e^x \sin x \tag{1}$$

zu berechnen.

Aufgabe 2: Stab (2+3+3+2 Punkte)

Betrachten Sie einen (strikt eindimensionalen) Stab der Länge L, dessen Massendichte (pro Länge) durch $\rho(x) = \rho_0 x$ mit $0 \leq x \leq L$ gegeben ist.

(a) Drücken Sie die Konstante ρ_0 durch die Masse M des Stabes und dessen Länge L aus.

(b) Berechnen Sie die Koordinate des Schwerpunkts.

(c) Berechnen Sie das Trägheitsmoment des Stabes bezüglich einer zum Stab senkrechten Achse durch den Schwerpunkt in Abhängigkeit von M und L.

(d) Wie lauten die Trägheitsmomente des Stabes bezüglich der zum Stab senkrechten Achsen, die die Enden des Stabes gerade berührt?

Aufgabe 3: Reversionspendel (10 Punkte)

Zeigen Sie, dass für ein physikalisches Pendel zwei Drehachsen mit den Abständen ℓ_1 und ℓ_2 vom Schwerpunkt existieren, für die die zugehörigen Frequenzen kleiner Schwingungen gleich sind, und dass diese Längen durch $\ell_1 \ell_2 = J/M$ verknüpft sind (J ist das Trägheitsmoment bzgl. des Schwerpunktes). Zeigen Sie auch, dass die zugehörige Frequenz ω die Berechnung der Erdbeschleunigung g aus $g = \omega^2(\ell_1 + \ell_2)$ erlaubt. (Die Unterstützungspunkte liegen auf gerader Linie durch den Schwerpunkt; $\ell_1 + \ell_2$ ist daher einfach der Abstand der Achsen. Eine Bestimmung des Schwerpunkts ist nicht erforderlich.)

Aufgabe 4: Kugelkoordinaten und Volumenintegrale (10 Punkte)

Abschnitt 5.3 im Skript beschreibt eine auf Kreuz- bzw. Spatprodukten aufbauende Methode, um Flächen und Volumenelemente in beliebigen Koordinatensystemen anzugeben. Stellen Sie sicher, dass sie die Formeln verstehen und benutzen Sie die angegebene Regel mit Hilfe des Spatproduktes, um das Volumenelement in Kugelkoordinaten abzuleiten. Wie hängt Ihr Resultat mit dem Raumwinkelelement $d\Omega$ zusammen?