# Übungen zur Theoretischen Physik I WS 2017/2018 Blatt 5

Abgabetermin: Montag, 20.11.2013, *Anfang* der Vorlesung (**d.h. spätestens 10:15**)

**Aufgabe 1: Fingerübungen** (10 Punkte)

Geben Sie die allgemeine Lösung $f(x)$ der Differentialgleichungen

$$f' = xf^2 \quad \text{und} \quad f = [f']^2$$

an (mit Rechnung).

**Aufgabe 2: Chemische Reaktion** (10 Punkte)

Die Rate, mit der die chemische Reaktion A + A $\rightarrow$ $A_2$ abläuft, ist proportional zum Quadrat der Dichte $n$ der ungebundenen A-Atome. Denn um zu reagieren, müssen zwei Atome stoßen. Die Wahrscheinlichkeit, dass dies an einem Ort $\mathbf{r}$ passiert, ist mit der Näherung, dass die Aufenthaltswahrscheinlichkeiten verschiedener Atome statistisch unabhängig sind, gleich dem Produkt der Wahrscheinlichkeiten, dass sich die Atome am Ort $\mathbf{r}$ aufhalten. Die Dichte $n$ der ungebundenen A-Atome erfüllt daher die Differentialgleichung

$$\frac{dn}{dt} = -\beta n^2$$

Berechnen Sie $n(t)$, wenn $n(t=0) = n_0$ ist.

**Aufgabe 3: Komplexe Zahlen** (5+5 Punkte)

(a) Skizzieren Sie die Lage der folgenden komplexen Zahlen in der komplexen Ebene und geben Sie ihre Polardarstellung an:

$$z_1 = 2 + 2i \quad ; \quad z_2 = 3i \quad ; \quad z_3 = -4 \quad ; \quad z_4 = -\tfrac{1}{i} \quad ; \quad z_5 = \tfrac{(3+4i)(3-4i)}{1+2i}$$

(b) Wir haben die komplexen Zahlen eingeführt, um Wurzeln aus negativen Zahlen ziehen zu können. Im Reellen ist es ebenso unmöglich, den Logarithmus einer negativen Zahl zu definieren. Im Komplexen gelingt auch dies. Benutzen Sie die Polardarstellung $z = |z|(\cos\varphi + i\sin\varphi) = |z|e^{i\varphi}$ einer komplexen Zahl, um den Logarithmus einer beliebigen komplexen Zahl anzugeben. Benutzen Sie Ihr Resultat, um zu zeigen, dass für eine positive reelle Zahl $x > 0$

$$\ln(-x) = \ln x + i\pi.$$

gilt. Erklären Sie, warum der Imaginärteil in dieser Gleichung nicht eindeutig definiert ist.

**Aufgabe 4: Nicht ganz der harmonische Oszillator** (4+6 Punkte)

Beim harmonischen Oszillator nimmt man das Hookesche Gesetz als Kraftgesetz an, $F(x) = -Dx$, d.h. die *Rückstell*kraft ist proportional zur Auslenkung. Betrachten Sie nun das Kraftgesetz $F(x) = Dx$, d.h. wir ändern nur das Vorzeichen ($D > 0$)!

(a) Stellen Sie die Newtonsche Bewegungsgleichung auf.

(b) Geben Sie die allgemeine Lösung der Newtonschen Bewegungsgleichung an. Warum ist der Ansatz

$$x(t) = Ae^{\lambda t} + Be^{-\lambda t} \tag{1}$$

vernünftig? Welche der Parameter $A$, $B$ und $\lambda$ werden durch die Bewegungsgleichung bestimmt, welche durch die Anfangsbedingungen? Berechnen Sie die explizite Lösung für die Anfangsbedingung $x(t = 0) = 0$ und $\dot{x}(t = 0) = v_0$.