

Übungen zur Theoretischen Physik I WS 2017/2018 Blatt 9

Abgabetermin: Montag, 18.12.2017, *Anfang* der Vorlesung (**d.h. spätestens 10:15**)

Aufgabe 1: Fingerübungen (1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 3 Punkte)

- (a) Geben Sie potentielle Energie und Kraftgesetz für den harmonischen Oszillator an. Definieren Sie auftretende Größen.
- (b) Geben Sie potentielle Energie und Kraftgesetz für den freien Fall an. Definieren Sie auftretende Größen.
- (c) Geben Sie potentielle Energie und Kraftgesetz für das Pendel an. Definieren Sie auftretende Größen.
- (d) Geben Sie potentielle Energie und Kraftgesetz für das Keplerproblem an. Definieren Sie auftretende Größen.
- (e) Geben Sie den Zusammenhang zwischen Kraftgesetz und potentieller Energie in einer und mehreren Dimensionen an.
- (f) Was ist eine Erhaltungsgröße?
- (g) Was ist eine Konstante der Bewegung?
- (h) Welche Erhaltungsgrößen kennen Sie? Geben Sie jeweils ein Beispiel eines physikalischen Systems an, in dem die Größe erhalten ist. Geben Sie weiterhin je ein Beispiel eines Systems an, in dem die Größe nicht erhalten ist.

Aufgabe 2: Wegintegrale und Gradienten (4+4+2 Punkte)

(a) Berechnen Sie die Gradienten der Funktionen $f_1(\mathbf{r}) = e^{-(x^2+y^2+z^2)}$, $f_2(\mathbf{r}) = \ln(x + y + z)$, $f_3(\mathbf{r}) = (\mathbf{a} \cdot \mathbf{r})^2$ und $f_4(\mathbf{r}) = \mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{r})$.

(b) Berechnen Sie die Wegintegrale

$$I_1 = \oint_{\gamma} d\mathbf{r} \cdot (\hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{r}) \qquad I_2 = \oint_{\gamma} d\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}$$

wobei der Weg γ ein Quadrat der Seitenlänge L in der xy -Ebene mit dem Koordinatenursprung im Mittelpunkt sei. Das Quadrat werde entgegen dem Uhrzeigersinn durchlaufen.

(c) Betrachten Sie die Funktion $f(x, y, z) = (x^2 + y^2 + z^2)^{-1}$. Berechnen Sie den Einheitsvektor in Richtung des größten Anstiegs an einem beliebigen Punkt (x, y, z) . Berechnen Sie dann zwei orthogonale Einheitsvektoren in Richtung der Äquipotentialflächen (“Höhenflächen”) der Funktion.

Aufgabe 3: Konservative Kraftfelder (10 Punkte)

In der Vorlesung wurden konservative Kraftfelder $\mathbf{F}(\mathbf{r})$ darüber definiert, dass die Wegintegrale $\int d\mathbf{r} \cdot \mathbf{F}$ zwischen beliebigen, aber festen Anfangs- und Endpunkten unabhängig vom Integrationsweg sind. Weiterhin wurde behauptet, dass diese Aussage äquivalent ist dazu, dass das Wegintegral $\oint d\mathbf{r} \cdot \mathbf{F}(\mathbf{r})$ für alle geschlossenen Integrationswege verschwindet. Beweisen Sie die Äquivalenz.

Aufgabe 4: Erhaltungssätze (10 Punkte)

Ein Keil (Masse M) mit Neigungswinkel α bewegt sich reibungsfrei auf einer horizontalen Oberfläche. Auf dem Keil rutscht ein würfelförmiger Klotz (Masse m) reibungsfrei herunter. Anfangs seien Klotz und Keil in Ruhe. Berechnen Sie die Geschwindigkeit des Klotzes (im Inertialsystem), nachdem dieser vertikal um die Höhe h gefallen ist.