Übungen zur Theoretischen Physik II — Sommer 2019, Blatt 1

Abgabetermin: Montag, 15.04.2019, 14:15 in Vorlesung

Aufgabe 1: Mechanik (10 P.)

(a) Formulieren Sie die drei Newtonschen Gesetze.

(b) Was ist ein Zentralpotential?

(c) Geben Sie den Zusammenhang zwischen Kraft und Potential an.

(d) Was ist ein konservatives Kraftfeld? (Geben Sie mindestens zwei äquivalente Definitionen an.)

(e) Formulieren Sie die drei Keplerschen Gesetze? Welche der drei Gesetze würden weiterhin gelten, wenn das Gravitationspotential die Form $V(\mathbf{r}) = -\text{const}/|\mathbf{r}|^2$ hätte.

(f) Was ist ein harmonischer Oszillator? Nennen Sie eine charakteristische Eigenschaft des harmonischen Oszillators.

(g) Was ist ein Inertialsystem?

(h) Definieren Sie die Begriffe Skalar und Vektor? Geben Sie je zwei Beispiele an.

(i) Geben Sie die anschauliche Bedeutung des Gradienten an (Betrag und Richtung)?

(j) Welche gewöhnlichen Differentialgleichungen können durch Trennung der Variablen gelöst werden. Geben Sie den Lösungsweg an.

Aufgabe 2: Einfache Differentialgleichungen (10 P.)

Wie lauten die *allgemeinen* Lösungen der folgenden Differentialgleichungen? Hier ist wie üblich $\dot{x} := dx/dt$.

(a) für eine beliebige komplexe Konstante w

$$\dot{x} = wx.$$

Beschreiben Sie die Bedeutung des Realteils und des Imaginärteils von w in Worten.

(b) Bewegungsgleichung des gedämpften hermonischen Oszillators:

$$\ddot{x} + \gamma\dot{x} + \omega^2 x = 0.$$

(c) Bewegungsgleichung für einen Spin im Magnetfeld:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -\omega y, \\ \dot{y} &= \omega x. \end{aligned}$$

Hinweis: Vereinfachen Sie das Gleichungssystem in Teil (c) auf *eine* Gleichung!

Aufgabe 3: Gradient (10 P.)

Sie haben in der Theorie I den Gradienten $\nabla f(\mathbf{r})$ eines Feldes $f(\mathbf{r})$ (wobei $\mathbf{r} = (x_1, x_2, x_3)$), definiert als

$$\nabla f(\mathbf{r}) = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}, \frac{\partial f}{\partial x_2}, \frac{\partial f}{\partial x_3}\right), \tag{1}$$

kennengelernt.

(a) Berechnen Sie den Gradienten der folgenden Felder

$$f_1(\mathbf{r}) = (\mathbf{a}\cdot\mathbf{r})^2 \qquad f_2(\mathbf{r}) = \frac{1}{|\mathbf{r}|^\alpha}.$$

($\alpha > 0$ ist beliebig, $\mathbf{a}$ is ein konstanter Vektor.).

(b) Berechnen Sie das Wegintegral

$$I = \int_\gamma d\mathbf{r} \cdot \nabla f_1(\mathbf{r}) \tag{2}$$

für einen beliebigen Weg vom Punkt $\mathbf{r} = (0, 0, 0)$ zum Punkt $\mathbf{r} = (1, 1, 1)$.

Aufgabe 4: Klotz auf Keil (10 P.)

Ein würfelförmiger Klotz der Masse m bewege sich reibungsfrei auf einem Keil mit Neigungswinkel α. Der Keil mit Masse M kann sich wiederum reibungsfrei auf einer horizontalen Oberfläche bewegen. (Das Problem wurde in der Vorlesung bereits erwähnt.) Berechnen Sie den Ort von Klotz und Keil als Funktion der Zeit im Bezugssystem mit Gesamtimpuls $P_x = 0$ in horizontaler Richtung. Benutzen Sie hierzu Energie- und Impulserhaltung. (Welche Impulskomponenten sind erhalten, welche nicht? Warum?) Als Koordinaten bieten sich der Ort q_2 des Keils entlang der x-Achse und der Ort q_1 des Würfels entlang der schiefen Ebene des Keils an.

Allgemeine Hinweise: Die Übungen sind ein zentraler, wenn nicht der zentrale Bestandteil der Veranstaltung. Wenn Sie die Übungen nicht ernst nehmen, werden Sie am Ende des Semesters nicht viel gelernt haben (und darüber hinaus mit hoher Wahrscheinlichkeit die Klausur nicht bestehen ...). Sie dürfen gerne zusammenarbeiten (aber nicht zusammen abgeben!). Allerdings sollten Sie immer versuchen, zunächst einmal alleine über die Aufgaben nachzudenken. Auch versteht es sich von selbst, dass Sie die Lösungen, die Sie abgeben, vollständig verstanden haben sollten, auch wenn Sie zusammengearbeitet haben.