

Das Wachstum von Exponentialfunktionen
oder:
Warum wir jetzt alle zu Hause bleiben sollten
und die Politik unbequeme Entscheidungen treffen muss

Jörg Fandrich

23.03.2020

Abschätzung der deutschen Corona-Fälle mit Hilfe einer Exponentialfunktion

Viele Wachstums- und Zerfallsprozesse lassen sich durch Exponentialfunktionen beschreiben:

$$N(t) = N_0 \cdot a^t$$

Diese Funktion lässt sich auch zur Abschätzung der Verbreitung von Corona (COVID-19) verwenden.¹

t („time“) ist in diesem Fall die Zeit in Tagen, $N(t)$ ist die Zahl der Personen, bei denen das Corona-Virus nachgewiesen wurde², N_0 ist die Anzahl dieser Personen zu Beginn der Zeitmessung ($N(0) = N_0$) und a ist der Wachstumsfaktor (= die Basis der Exponentialfunktion). Beträgt das Wachstum beispielsweise 30% pro Tag, so wäre der Wachstumsfaktor 1,30.

Bislang verdoppelte sich die Zahl der Corona-Fälle in Deutschland etwa alle drei Tage³, dies entspricht einem Wachstumsfaktor von 1,27, denn $1,27^3 \approx 2,0$.

Am Sonntag, dem 22.3.2020, gab es laut dem Robert Koch Institut etwa 20 000 bestätigte Infektionen in Deutschland⁴, also ist $N_0 = 20\,000$.

Der Funktionsterm (Start der Zeitmessung am 22.3.2020) lautet also:

$$N(t) = 20\,000 \cdot 1,27^t$$

Wir können nun ausrechnen, wie sich das zukünftig entwickeln wird, falls es so weitergeht wie bisher. Alle Werte sind auf zwei signifikante Stellen gerundet.⁵

t in Tagen	Wachstumsfaktor $1,27^t$	geschätzte Corona-Fälle in D	Bevölkerungsanteil
1	1,3	25 000	0,031%
3	2,0	41 000	0,049%
5	3,3	66 000	0,080%
10	11	220 000	0,26%
20	120	2 400 000	2,9%
30	1300	26 000 000	31%

Die oben aufgeführten Werte sind zwar nur grobe Schätzwerte, aber sie zeigen eindeutig, **dass wir bei solch einer Wachstumsrate in kürzester Zeit in eine Katastrophe steuern!** Man muss sich vor Augen halten, dass in Italien bei gerade einmal 30 000 Infizierten in bestimmten Regionen das Gesundheitssystem zusammengebrochen ist und die Zahl der Toten massiv steigt. Dies betrifft nicht nur Corona-Erkrankte, sondern auch Herzinfarkt-Patienten, Unfallopfer und andere.

In nur zehn Tagen (bezogen auf den 22.3.) hätte wir in Deutschland bei diesem Wachstum ein Vielfaches der Zahl zu erwarten, bei der in Italien bereits Teile des Gesundheitssystems zusammengebrochen sind!

¹Es gibt Funktionstypen, welche die Ausbreitung von Krankheiten noch besser beschreiben - aber diese sind schwerer zu verstehen. Für eine einfache Abschätzung reichen Exponentialfunktionen.

²Die Zahl der Corona-Infizierten ist in Wirklichkeit deutlich höher, weil viele sich ihrer Infektion gar nicht bewusst sind, da sie noch gar keine Krankheitssymptome zeigen. Sie werden erst in einigen Tagen erkranken und erst dann von den Behörden offiziell registriert werden, sind aber häufig bereits vorher ansteckend!

³siehe https://de.wikipedia.org/wiki/COVID-19-Pandemie_in_Deutschland, aufgerufen 22.3.2020 um 8:45 Uhr

⁴Auf der Seite https://de.wikipedia.org/wiki/COVID-19-Pandemie_in_Deutschland werden für Sonntag, dem 22.3.2020 um 11:14 Uhr, 18610 Fälle genannt - d. h. bis zum Ende des Tages werden wir die 20 000 wahrscheinlich überschreiten, zumal von anderen Quellen bereits höhere Zahlen genannt werden.

⁵Diese Rundung ist recht optimistisch, da es sich nur um eine grobe Abschätzung handelt.

Anmerkung zur Berechnung des Bevölkerungsanteils: Die deutsche Gesamtbevölkerung beträgt aktuell etwa 83 Millionen Menschen, siehe https://www.destatis.de/DE/Themen/Gesellschaft-Umwelt/Bevoelkerung/Bevoelkerungsstand/_inhalt.html, aufgerufen am 22.3.2020 um 10:52 Uhr.

Muss ich wirklich handeln?

Nun mag es Leute geben, die denken:

„Bei jungen Menschen wie mir verläuft Corona meist harmlos. Was macht es also, wenn ich mich infiziere? Außerdem habe ich die Sache dann hinter mir und muss nicht mehr aufpassen.“

Doch das ist zu einfach gedacht! **Wenn das Gesundheitssystem zusammenbricht, trifft es nicht nur Alte und Schwache!** Nicht nur, dass Krankenhäuser mit Corona-Kranken überflutet werden, auch das medizinische Personal selbst kann an Corona erkranken oder durch pure Erschöpfung ausfallen. Jeder schwere Fahrradunfall könnte dann fatale Folgen haben! Außerdem haben wir alle Eltern und Großeltern, und für diese ist Corona in vielen Fällen ganz und gar nicht harmlos! Wer auch immer sich infiziert, trägt die Krankheit weiter und Corona breitet sich dann, wie oben beschrieben, kaskadenartig aus.

Hinzu kommt: Auch bei jungen Menschen können schwere Krankheitsverläufe auftreten. Außerdem gibt es Hinweise, dass manchmal auch bei einem milden Verlauf der Krankheit irreversible Lungenschäden auftreten können - wenngleich dies noch nicht abschließend geklärt ist.⁶

Die internationalen Zahlen legen nahe, dass die Sterblichkeitsrate bei Corona knapp unter fünf Prozent liegt. Doch der Fall Italien zeigt, dass bei zusammengebrochener medizinischer Versorgung die Sterblichkeitsrate wesentlich höher sein kann.⁷

Umgekehrt könnte man bei optimaler medizinischer Versorgung die Sterblichkeitsrate deutlich reduzieren, vermutlich sogar auf unter 1%.

Aber wenn die Corona-Ausbreitung bei uns so erfolgt, wie in der obigen Tabelle aufgeführt, dann wären wir in spätestens 20 Tagen von jeder halbwegs guten medizinischen Versorgung meilenweit entfernt!

Wie stoppt man also die Verbreitung der Krankheit am effizientesten?

Am besten wäre, wir würden uns alle für einen Monat zu Hause einschließen!

Doch das geht leider nicht. Krankenhäuser, Apotheken, Lebensmittelgeschäfte, Polizei, Feuerwehr, die Versorgung mit Strom, Wasser und Gas - all dies muss weiter funktionieren!

Die Menschen, die in diesen Bereichen arbeiten, können also nicht zu Hause bleiben, sondern müssen zur Arbeit gehen und setzen sich einem hohen Infektionsrisiko aus! Viele von ihnen gehören selbst zur Risikogruppe⁸, aber trotzdem gehen sie arbeiten und riskieren so ihr Leben für uns. Sie verdienen unsere Unterstützung! Wenn sie krank werden, dürfen sie nicht vor vollen Krankenhäusern stehen, die sie nicht mehr aufnehmen können.

Besonders gemein: Infizierte sind bereits ansteckend, lange bevor sie Symptome spüren. Wenn man die Daten aus China auswertet, stellt man fest, dass neu infizierte Menschen für die Behörden erst etwa 10 Tage nach ihrer Infektion sichtbar wurden.⁹ Wenn man in Deutschland heute also 20 000 an Corona Erkrankte „sieht“, heißt das im Klartext, dass in Wirklichkeit vielleicht schon 100 000 infiziert sind. Außerdem heißt es, dass alle Maßnahmen, die wir heute ergreifen, erst in etwa 10 Tagen Wirkung zeigen. Vor fünf Tagen (am Dienstag, dem 17.3.) wurden in Berlin die Schulen geschlossen und das öffentliche Leben eingeschränkt - d. h. bis dies seine volle Wirkung zeigt, werden vermutlich weitere fünf Tage vergehen.

Doch diese Maßnahmen allein reichen nicht aus! Wir müssen alle mitmachen und jeden Kontakt mit anderen, so gut es geht, vermeiden! Gerade, weil ein Teil der Bevölkerung weiter für uns arbeiten gehen muss, müssen alle anderen sich umso mehr anstrengen, um die Ausbreitung von Corona zu begrenzen!

⁶siehe <https://www.ndr.de/ratgeber/gesundheit/Coronavirus-Krankheits-Verlauf-Behandlung-Covid-19,coronavirus556.html>, aufgerufen am 22.3.2020 um 11:25 Uhr

⁷siehe <https://www.worldometers.info/coronavirus/>, aufgerufen am 22.3.2020 um 9:44 Uhr

⁸siehe https://www.rki.de/DE/Content/InfAZ/N/Neuartiges_Coronavirus/Risikogruppen.html, aufgerufen am 23.3.2020 um 16:25 Uhr

⁹siehe <https://perspective-daily.de/article/1181/2hWA1mB8>, aufgerufen am 21.3.2020 um 19:07 Uhr

Was können wir tun und nützt dies überhaupt etwas?

Ich „spiele“ jetzt mal mit den Zahlen und gehe nachfolgend davon aus, dass der Wachstumsfaktor in den ersten fünf Tagen bei 1,27 bleibt (denn unsere Maßnahmen zeigen erst zeitverzögert Wirkung), dann von Tag 6 bis Tag 10 nur noch 1,15 beträgt (weil erste Maßnahmen ergriffen wurden, die nun Wirkung zeigen) und ab Tag 11 bei 1,05 liegt (da die Menschen sich nun endlich verantwortungsbewusst verhalten und den Kontakt mit anderen konsequent meiden).

Das heißt: Der Startwert N_0 und der Wachstumsfaktor a ändern sich nach fünf bzw. zehn Tagen, dafür wird die Zeitmessung wieder „genullt“.

t in Tagen	Angepasste Formel	geschätzte Corona-Fälle in D	Bevölkerungsanteil
1	$N(1) = 20\,000 \cdot 1,27^1$	25 000	0,031%
3	$N(3) = 20\,000 \cdot 1,27^3$	41 000	0,049%
5	$N(5) = 20\,000 \cdot 1,27^5$	66 000	0,080%
10	$N(10) = 66\,000 \cdot 1,15^5$	130 000	0,16%
20	$N(20) = 130\,000 \cdot 1,05^{10}$	210 000	0,26%
30	$N(30) = 130\,000 \cdot 1,05^{20}$	340 000	0,42%

Das sind immer noch ganz schlimme Werte, aber sie sind schon viel besser als die der ersten Tabelle! Wir würden hiermit Zeit gewinnen, um Krankenhäuser auszustatten und die Behandlungsmöglichkeiten zu optimieren. Außerdem würden die ersten Infizierten dann schon wieder gesund sein, d. h. eine Ärztin, die sich zu Beginn mit dem Corona-Virus angesteckt hat, wäre dann hoffentlich schon wieder arbeitsfähig. Nach und nach könnte ein Teil der Bevölkerung Immunität gegen Corona entwickeln und auf diese Weise nicht nur dauerhaft einsatzbereit bleiben, sondern selbst als „Puffer“ gegen eine weitere Verbreitung von Corona wirken. Ein Chirurg, der selbst noch nicht an Corona erkrankt war, kann die Krankheit an seine Patientinnen und Patienten weitergeben - auch schon zu einer Zeit, zu der er selbst noch gar keine Symptome zeigt. Ein Chirurg, die gegen Corona immun ist, kann dies nicht (oder zumindest nur sehr eingeschränkt).

Wenn man ehrlich ist, wären aber auch die Fallzahlen der zweiten Tabelle eine Katastrophe. **Unser eigentliches Ziel muss sein, das exponentielle Wachstum aufzuhalten!**

Ideal wäre, wenn wir einen stabilen Zustand bekämen, bei dem die Zahl der Neuinfektionen niedriger wäre als die Zahl der Genesungen im gleichen Zeitraum. Dann würde die Zahl der Erkrankten wieder schrumpfen. Im besten Fall wäre sie so niedrig, dass die medizinische Versorgung noch funktioniert. Wenn uns das gelänge, hätten wir die Zeit, einen Impfstoff zu entwickeln oder zu warten, bis die gesamte Bevölkerung immun ist.¹⁰ Doch um das schaffen zu können, bedarf es einer immensen Anstrengung, bei der alle mithelfen müssen!

Bislang sind wir hiervon weit entfernt. Trotzdem wäre es machbar - einige asiatischen Länder haben gezeigt, dass es geht!

Die Fallzahlen in China, Japan und Südkorea wachsen nicht mehr exponentiell, denn diese Länder haben früher und konsequenter gehandelt als wir! China hat bei nur 400 bekannten Fällen die Entscheidung getroffen, eine ganze Stadt abzuriegeln.¹¹ In Wirklichkeit waren es zu diesem Zeitpunkt aber vermutlich bereits 2 500 Infizierte, was man jedoch noch nicht wusste, da sie keine Symptome zeigten. Deutschland hat erst zu Beginn letzter Woche begonnen zu handeln - und selbst das nur halbherzig. Als Berlin am letzten Dienstag (17.3.) die Schulen geschlossen hat, gab es in Deutschland bereits etwa 7 000 offizielle Corona-Fälle - vermutlich hatten wir da aber schon 50 000 Infektionen, viel mehr als China damals!

Wenn wir die Sache jetzt noch unter Kontrolle bekommen wollen, müssen wir alle sofort, sehr konsequent und diszipliniert handeln!

¹⁰Dies gilt allerdings nur, solange das Virus nicht mutiert, und das hat es vermutlich leider bereits getan (siehe <https://medium.com/tomas-pueyo/coronavirus-der-hammer-und-der-tanz-abf9015cb2af>, aufgerufen am 22.3.2020 um 11:45 Uhr). Aber auch dies spricht für ein sehr schnelles und konsequentes Handeln weltweit!

¹¹siehe <https://perspective-daily.de/article/1181/2hWA1mB8>, aufgerufen am 21.3.2020 um 19:27 Uhr

Handlungsaufforderung für alle - und ja: Das bringt etwas!

- **Bleiben Sie so oft wie möglich zu Hause!**
- **Treffen Sie sich nicht mit Freunden!**
- **Besuchen Sie nicht Ihre Eltern und Großeltern!**
- **Halten Sie Abstand zu anderen Personen!**
- **Vermeiden Sie öffentliche Verkehrsmittel!**
- **Waschen Sie sich regelmäßig die Hände!**
(...insbesondere, falls Sie Ihr Zuhause doch einmal verlassen mussten.)
- **Fallen Sie nicht auf „Fake-News“ rein! „Corona“ ist nicht harmlos!**
Auch wenn nur 5% der Krankheitsverläufe schwer oder kritisch verlaufen, wäre das viel zu viel, um „Corona“ als harmlos einzustufen! Wenn das Gesundheitssystem zusammenbricht, könnte dies durchaus die Todesrate sein - Begleitschäden (durch Herzinfarkt, Unfälle,...) nicht einmal eingerechnet.

Handlungsaufforderung für die Politik

- **Zögern Sie nicht - riegeln Sie ab! Verfolgen Sie Infektionsketten nach, isolieren Sie Virus-Träger sowie potentiell Infizierte etc.**
Erkaufen Sie uns Zeit, damit wir uns vorbereiten können: Krankenhäuser bauen, Beatmungsgeräte herstellen, Medikamente suchen...
- **Haben Sie keine Angst vor unbequemen Entscheidungen! Wenn Sie nicht oder nur zaghaft handeln, sind die Folgen viel, viel schlimmer! Wenn es schlecht läuft, haben wir Tote wie bei einem Krieg.**
- **Falls Ihre Überlegungen wirtschaftlich geprägt sind: Auch für die Wirtschaft wäre ein schnelles, hartes Handeln vermutlich besser! Oder vorsichtiger formuliert: Es ist alles andere als sicher, dass ein zögerliches Handeln der Wirtschaft helfen würde.**
- **Lernen Sie von China und Südkorea! Dort wurde es geschafft, die Pandemie in nur wenigen Wochen unter Kontrolle zu bringen. In vielen Bereichen ist China für uns demokratisch geprägte Menschen kein Vorbild - doch das hier ist keine normale Situation!**
- **Wenn Sie es richtig machen, kann das Leben in einigen Wochen hoffentlich wieder halbwegs normal laufen. Wenn Sie es falsch machen, wird unsere Gesellschaft einen Schlag erleiden, der meilenweit von jeder Normalität entfernt ist.**
- **Frau Merkel, Sie sind Physikerin - Sie wissen, wie Exponentialfunktionen wachsen! Würgen Sie die Wachstumsfunktion ab, bevor es nicht mehr geht! Wir sind spät dran.**

(...und eigentlich ist der Verweis auf die „Physikerin“ überflüssig, denn Exponentialfunktionen sind regulärer Schulstoff der 10. Klasse. Eigentlich sollte jeder wissen, wie diese Funktionen wachsen, und wenn man dies weiß, ist völlig klar, dass wir extrem schnell und hart handeln müssen!)

Internetseiten zur eigenen Recherche

Hier einige nützliche Internet-Links (alle aufgerufen am 22.3.2020 zwischen 12:10 Uhr und 12:18 Uhr):

- Auf Wikipedia finden Sie die aktuellen Zahlen des Robert Koch Instituts (RKI):
https://de.wikipedia.org/wiki/COVID-19-Pandemie_in_Deutschland
- Oder Sie gehen direkt auf die Webseite des RKI:
https://www.rki.de/DE/Content/InfAZ/N/Neuartiges_Coronavirus/nCoV.html
- Schnelle Tipps, wie man eine Infektion vermeiden kann bzw. wie diese abläuft:
<https://www.deutsche-familienversicherung.de/ratgeber/artikel/coronavirus-symptome-verlauf-behandlung/>
- Die weltweiten Zahlen:
<https://www.worldometers.info/coronavirus/>
- Eine **extrem lesenswerte Seite**, die sehr interessante Informationen zur Ausbreitung von Corona und insbesondere auch zu den Abläufen in China liefert und analysiert:
<https://perspective-daily.de/article/1181/2hWA1mB8>

Hier der zugehörige englischsprachige Original-Artikel:

<https://medium.com/@tomaspueyo/coronavirus-act-today-or-people-will-die-f4d3d9cd99ca>

- Und hier der Folgeartikel, der ganz klar die Folgen unseres Handelns oder Nicht-Handelns benennt. Die Sache ist dramatisch - **LESEN SIE IHN!**
<https://medium.com/tomas-pueyo/coronavirus-der-hammer-und-der-tanz-abf9015cb2af>

Hier die zugehörige englische Originalfassung:

<https://medium.com/@tomaspueyo/coronavirus-the-hammer-and-the-dance-be9337092b56>