

Radioaktivität, die natürlichste Sache der Welt (Anhang)

6. Mai 2014

Inhaltsverzeichnis

1	Anhang	2
1.1	Mathematische Grundlagen	3
1.1.1	Logarithmieren	3
1.1.2	Anwendung auf das Absorptionsgesetz	4
1.1.3	Bestimmung der Halbwertsdicke	4
1.2	Physikalisches Hintergrundwissen	5
1.2.1	Strahlungsarten	5
1.2.2	Elemente und Isotope	5
1.2.3	α -Zerfall	6
1.2.4	β -Zerfall	7
1.2.5	γ -Zerfall	8
1.2.6	Zerfallsreihen	9
1.2.7	Wann tritt welche Strahlungsart auf?	9

ACHTUNG, SPOILERALARM!

Der Anhang dient zur Nachbereitung des Experiments, d.h. er sollte erst nach dem Experimentieren gelesen werden!

1 Anhang

Der Anhang enthält für dieses Experiment relevante Bereiche sowohl der Mathematik als auch der Physik. Hier wird beschrieben, wie man logarithmiert, aus der grafischen Darstellung einer logarithmierten Größe Rückschlüsse auf die Originalgröße zieht und wie man die im Fall des Absorptionsgesetzes die Halbwertsdicke berechnen kann. Außerdem werden die Eigenschaften des α -, β - und γ -Zerfalls beschrieben und es wird erläutert, warum in der Natur meistens ganze Zerfallsreihen vorkommen.

Dieser Anhang ist in der Standardversion des Skripts jedoch NICHT enthalten, da wir Ihnen das Erfolgserlebnis, die Dinge selbst herauszufinden, nicht nehmen wollen. Finden Sie durch eigenes Nachdenken, Experimentieren und Rechnen so viel über Radioaktivität raus, wie Sie können!

Wenn Sie Hilfe brauchen, geben wir Ihnen gerne Tipps oder händigen Ihnen Teile des Anhangs aus. (Ganz am Ende können Sie natürlich auch den gesamten Anhang bekommen.)

1.1 Mathematische Grundlagen

1.1.1 Logarithmieren

Oft ist es beim Betrachten eines Funktionsgraphen nicht einfach zu erkennen, ob dieser einer Exponentialfunktion $f(x) = a \cdot e^{b \cdot x}$ oder einer rationalen Funktion $f(x) = a \cdot x^r$ entspricht. Wenn ein Funktionsgraph gekrümmt ist, ist mit bloßem Auge meist nicht sicher erkennbar, ob es sich hierbei um eine Exponentialfunktion oder einen Ausschnitt einer „verschobenen, flachgedrückten Parabel“ o. ä. handelt. Was wir jedoch gut erkennen können, sind lineare Zusammenhänge. Anders gesagt: **Wir können gut erkennen, ob ein Funktionsgraph eine Gerade ist!**

Wenn man also vermutet, dass ein Funktionsgraph eine Exponentialfunktion ist, so kann man dies überprüfen, indem man die Funktionswerte logarithmiert und die zwei Logarithmengesetze $\ln(a \cdot b) = \ln a + \ln b$ sowie $\ln(a^r) = r \cdot \ln a$ verwendet¹:

$$f(x) = a \cdot e^{b \cdot x} \Rightarrow \ln(f(x)) = \ln(a \cdot e^{b \cdot x}) = \ln a + \ln(e^{b \cdot x}) = \ln a + b \cdot x \cdot \ln e$$

Mit $\ln e = 1$ ergibt sich:

$$\ln(f(x)) = b \cdot x + \ln a$$

Dies ist ein linearer Zusammenhang zwischen $\ln(f(x))$ und x , d. h. hing f exponentiell von x ab, so hängt $\ln f$ linear von x ab.

Der zugehörige Graph ist eine Gerade. Umgekehrt gilt: Ergibt sich beim Auftragen von $\ln f$ über x *keine* Gerade, so hängt f auch *nicht* exponentiell von x ab.

Aus dem Verlauf der Geraden erhält man weitere Informationen über die Funktion f .

Vergleichen wir mit der Standardform einer Geraden:

$$y(x) = m \cdot x + n$$

m ist die Steigung der Geraden, n der y -Achsenabschnitt.

Die Gleichung unserer Geraden lautet:

$$\ln(f(x)) = b \cdot x + \ln a$$

Die Steigung dieser Geraden ist b und entspricht dem ursprünglichen Faktor im Exponenten $f(x) = a \cdot e^{b \cdot x}$.

Der y -Achsenabschnitt der Geraden ist $\ln a$, aus ihm kann man den Faktor $a = e^{\ln a}$ vor dem Exponentialterm errechnen.

Aufgabe:

Wenden Sie die oben aufgeführte Rechnung auf unserer vermutete Exponentialfunktion

$$N(d) - N_0^{20s} = N_1 \cdot e^{-\mu \cdot d}$$

an!

¹Die Parameter a und b in den Logarithmengesetzen stehen für beliebige positive reelle Zahlen, r steht für eine beliebige reelle Zahl (kann also auch negativ oder null sein). Bitte beachten Sie: Die Parameter a , b und r in den Logarithmengesetzen haben nichts mit den Parametern a und b in der Exponentialfunktion und r in der rationalen Funktion zu tun!

1.1.2 Anwendung auf das Absorptionsgesetz

Ansatz:

$$N(d) - N_0^{20s} = N_1 \cdot e^{-\mu \cdot d}$$

Logarithmieren liefert

$$\ln(N(d) - N_0^{20s}) = \ln(N_1 \cdot e^{-\mu \cdot d}) = \ln(N_1) + \ln(e^{-\mu \cdot d}) = -\mu \cdot d + \ln(N_1)$$

Trägt man also $\ln(N(d) - N_0^{20s})$ über d auf, so ergibt sich eine Gerade.

Die Steigung der Geraden „ $-\mu$ “ liefert den Absorptionskoeffizienten μ .

Der y -Achsenabschnitt „ $\ln(N_1)$ “ liefert die Zählrate für $d = 0$, also: $N_1 = e^{\ln N_1}$.

1.1.3 Bestimmung der Halbwertsdicke

Die Halbwertsdicke $d_{1/2}$ ist die Dicke, bei der die gemessene Zählrate auf die Hälfte des ursprünglichen Wertes N_1 abgesunken ist.

Wir setzen also:

$$N(d_{1/2}) = N_1 \cdot e^{-\mu \cdot d_{1/2}} = \frac{1}{2} \cdot N_1$$

Um nach $d_{1/2}$ aufzulösen, logarithmieren wir und verwenden die Logarithmengesetze $\ln(\frac{a}{b}) = \ln a - \ln b$ und $\ln(a^r) = r \cdot \ln a$ sowie die Beziehungen $\ln e = 1$ und $\ln 1 = 0$.
Somit ergibt sich:

$$\begin{aligned} N_1 \cdot e^{-\mu \cdot d_{1/2}} &= \frac{1}{2} \cdot N_1 \\ e^{-\mu \cdot d_{1/2}} &= \frac{1}{2} \\ \ln(e^{-\mu \cdot d_{1/2}}) &= \ln\left(\frac{1}{2}\right) \\ -\mu \cdot d_{1/2} \cdot \ln e &= \ln 1 - \ln 2 \\ -\mu \cdot d_{1/2} &= -\ln 2 \\ d_{1/2} &= \frac{\ln 2}{\mu} \end{aligned}$$

Dies ist die gesuchte Formel für die Halbwertsdicke.

1.2 Physikalisches Hintergrundwissen

1.2.1 Strahlungsarten

Man unterscheidet drei verschiedene Arten radioaktiver Strahlung:

- α -Strahlung
- β -Strahlung
- γ -Strahlung

Alle diese Strahlungsarten stammen aus dem Atomkern - im Atomkern „passiert etwas“ und das führt zur Emission von Strahlung.

Man spricht vom α -, β - und γ -Zerfall, wobei der Ausdruck „Zerfall“ nicht besonders glücklich ist, da er suggeriert, das Atom würde irgendwie „auseinanderbrechen“. Verwechslungen mit der Kernspaltung sind hier vorprogrammiert. Gemeint ist jedoch vielmehr, dass sich ein radioaktives Atom hierbei in ein anderes Element verwandelt. Das ursprüngliche Element ist also weg, es ist sozusagen „zerfallen“. Selbst das geschieht jedoch nur, wie nachfolgend ausgeführt, bei der Emission von α - und β -Strahlung. Im Fall der γ -Strahlung ist der Ausdruck „Zerfall“ völlig unpassend, denn hier zerfällt überhaupt nichts. Diese Begriffe sind historisch gewachsen und stammen aus einer Zeit, als man die zugrundeliegenden Kernprozesse noch nicht richtig verstanden hatte.

Ob ein Atomkern nun strahlt oder nicht, ist ein rein zufälliger Prozess. Niemand kann vorhersagen, wann ein einzelner Atomkern „zerfallen“ wird. Das kann Bruchteile von Sekunden dauern oder auch Milliarden von Jahren. Was man jedoch sehr genau vorhersagen kann, ist das Verhalten einer großen Anzahl von Atomen. So kann man jedem Isotop eine *Halbwertszeit* zuordnen, die angibt, wann von einer hinreichend großer Menge Atome die Hälfte zerfallen sein wird.

1.2.2 Elemente und Isotope

Um 1911 führte Ernest Rutherford Streuexperimente mit α -Strahlung an Goldfolien durch und konnte damit experimentell belegen, dass die positive Ladung eines Atoms sich auf einen sehr kleinen Raumbereich beschränkt - den Atomkern. 1917 entdeckte er dann den Träger diese positiven Ladung, das Proton. Im Jahr 1932 wurde schließlich vom britischen Physiker Chadwick der zweite Kernbaustein, das Neutron, entdeckt. Atomkerne bestehen also aus Protonen und Neutronen, den so genannten *Nukleonen*. Protonen und Neutronen haben in etwa die gleiche Masse. Protonen sind einfach positiv geladen, Neutronen sind elektrisch neutral. Ein Atomkern der Massenzahl A und der Ordnungszahl Z besteht somit aus Z Protonen und $A - Z = N$ Neutronen. Durch die Angabe der Massenzahl A und der Ordnungszahl Z am Elementsymbol werden die Kerne eindeutig bezeichnet.

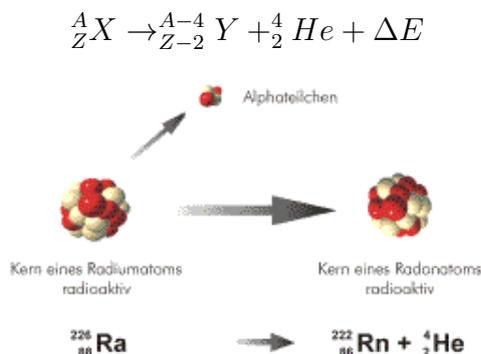
$${}^A_ZX, \text{ z.B.: } {}^1_1H, {}^4_2He, {}^{12}_6C$$

Alle Atomkerne mit der gleichen Ordnungszahl Z bilden ein Element. Die Anzahl der Elektronen in der Hülle eines elektrisch neutralen Atoms ist ebenso groß wie die Zahl der Protonen im Kern. Wenn man innerhalb eines Elements (also bei gleicher Ordnungszahl Z) Atomkerne mit verschiedenen Neutronenzahlen N unterscheidet, spricht man von verschiedenen *Isotopen* des Elements.

$$\text{Beispiele: } {}^{235}_{92}U, {}^{238}_{92}U$$

1.2.3 α -Zerfall

Beim α -Zerfall wird vom Atomkern ein Heliumkern emittiert. Dadurch verringert sich die Kernladungszahl um 2 und die Massenzahl um 4. Die Zerfallsgleichung lautet:



Der α -Zerfall von Radium-226 zu Radon-222 ist beispielhaft in der Abbildung oben² gezeigt. α -Strahlung hat eine geringe Durchdringungsfähigkeit, d.h. sie ist relativ leicht abzuschirmen. Bereits einige Bögen Papier reichen hierfür aus.

Dies könnte dazu führen, dass man glaubt, α -Strahlung wäre besonders ungefährlich. Diese leichte Abschirmbarkeit ist jedoch verbunden mit einer hohen Ionisierungsfähigkeit - d.h. wenn ein α -Strahler inkorporiert (d.h. gegessen oder eingeatmet) würde, wäre er *besonders* schädlich, weil er das Gewebe, das die von ihm abgegebene Strahlung absorbiert, auf kleinstem Raum schädigen würde. Unser Körper ist in der Lage, einzelne Schädigungen von Zellen meistens wieder zu reparieren - aber wenn Mehrfachschäden vorliegen, ist eine Reparatur schwieriger.

Bei einem vorgegebenen α -Zerfall haben alle α -Teilchen die gleiche Energie, d.h. ihre Reichweite in Materie ist außerordentlich genau bestimmbar - ähnlich wie bei einer Pistolenkugel, die mit definierter Geschwindigkeit fliegt und dann in homogene Materie einschlägt.

Zusammengefasst: α -Teilchen sind Heliumkerne. Man kann sich vor α -Strahlung leicht schützen, so lange sich der Strahler außerhalb des Körpers befindet. Aber es wird gefährlich, wenn ein α -Strahler inkorporiert (d.h. verschluckt oder eingeatmet) wird³.

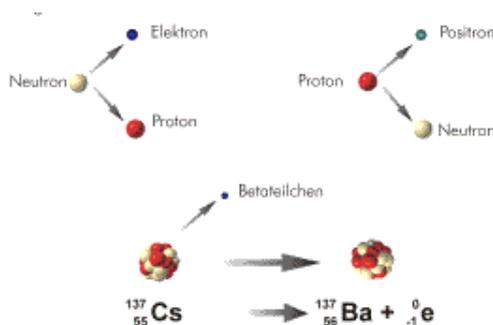
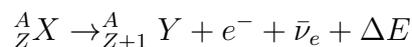
²Quelle dieser und weiterer Abbildungen:

http://zope.reaktor.fh-furtwangen.de/portal/natural_sciences/nuclear_sciences/lecture%20%20radiation%20physics/grundlagen_strahlenphysik/strahlungsarten.html

³Beispielsweise Tabak enthält den α -Strahler Polonium 210, d.h. wer sich entscheidet zu rauchen, nimmt (neben zahlreichen anderen krebserregenden Stoffen) eine radioaktive Belastung der Lunge in Kauf.

1.2.4 β -Zerfall

Bei der Emission eines β -Teilchens findet ebenfalls eine Kernumwandlung statt. β -Teilchen sind Elektronen, die durch Umwandlung eines Neutrons in ein Proton entstehen. Dadurch bleibt die Massenzahl A konstant, während sich die Ordnungszahl Z um eins erhöht. Die Zerfallsgleichung lautet:



Der β -Zerfall von Cäsium-137 zu Barium-137 ist beispielhaft aus der voranstehenden Abbildung ersichtlich.

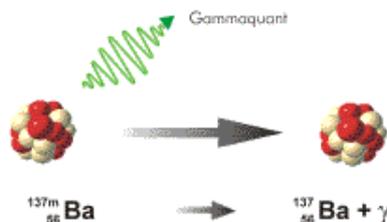
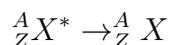
β -Teilchen (Elektronen) sind sehr viel kleiner als α -Teilchen (Helium-Kerne) und sind zudem nur einfach (in diesem Fall: negativ) geladen. Dies hat zur Folge, dass β -Strahlung ein deutlich schwächeres Ionisationsvermögen hat als α -Strahlung. Dies bewirkt im Gegenzug, dass β -Strahlung ein wesentlich höheres Durchdringungsvermögen als α -Strahlung besitzt. Sie ist schwerer abzuschirmen. Da beim β -Zerfall zudem ein weiteres Teilchen (ein Elektronen-Antineutrino) auftritt, welches einen Teil der freigesetzten Energie aufnimmt, unterscheiden sich die β -Teilchen in ihrer Energie, d.h. ihre Reichweite in Materie schwankt, je nach ihrer Energie. (Es ist ähnlich wie bei einer Pistole, die Kugeln mit stark unterschiedlicher Geschwindigkeit abschießt.) Jedoch gilt für β -Strahlung ebenso wie für α -Strahlung: Wenn der Absorber dick genug ist, kann er die Strahlung komplett abschirmen. Allerdings kann durch das starke Abbremsen der Elektronen Röntgenstrahlung entstehen, die ähnlich gefährlich wie Gammastrahlung ist.

Anmerkung: Neben der „üblichen“ β Strahlung (Elektronen) gibt es noch die β^+ -Strahlung, welche aus Positronen (= Anti-Elektronen) besteht. Ihre Gefährlichkeit ist mit der der normalen β -Strahlung vergleichbar.

Zusammengefasst: β -Teilchen sind Elektronen. Man kann β -Strahlung relativ leicht abschirmen, sollte den Absorber jedoch so wählen, dass hierbei möglichst wenig Bremsstrahlung entsteht.

1.2.5 γ -Zerfall

Bei der Emission von γ -Strahlung findet keine Änderung bezüglich der Massenzahl und Ordnungszahl statt. Die Zerfallsgleichung⁴ lautet:



Die Emission eines γ -Quants aus einem Bariumkern ist beispielhaft aus der voranstehenden Abbildung ersichtlich.

Die γ -Strahlung tritt meistens gemeinsam mit einem α - oder β -Zerfall auf. Nach einem α - bzw. β -Zerfall ist der Kern häufig in einem angeregten Zustand. Nach einiger Zeit findet eine Umstrukturierung der Neutronen und Protonen im Kern statt, wodurch der Kern in einen niedrigeren energetischen Zustand übergeht. Die freigewordene Energie wird in Form von γ -Strahlung abgegeben.

γ -Quanten verhalten sich völlig anders als Pistolenkugeln: Egal, wie dick man die Schutzwand baut, einige γ -Quanten kommen immer durch.

Ihre hohe Durchdringungsfähigkeit heißt jedoch im Gegenzug, dass die meisten γ -Quanten einfach durch unseren Körper hindurchfliegen, ohne mit diesem wechselzuwirken - d.h. ohne ihn zu schädigen.

Ebenso durchfliegen die meisten γ -Quanten auch unser Geiger-Müller-Zählrohr, ohne ein Gasteilchen im Zählrohr zu ionisieren. Dieser Teil der γ -Strahlung ist für das Zählrohr „unsichtbar“, er wird nicht registriert. Nur die γ -Quanten, die mit einem Gasteilchen wechselwirken, werden tatsächlich gezählt. Trotzdem sind Zählrohre auch zur Messung von γ -Strahlung geeignet, denn man kann die Nachweisrate des Zählrohres vorab bestimmen - das Zählrohr also „kalibrieren“ - und die angezeigten Zählraten entsprechend hochrechnen.

Zusammengefasst: γ -Strahlung ist keine Materie, sondern unsichtbares hochenergetisches Licht. Sie ist einerseits sehr gefährlich, weil sie sich nur schwer abschirmen lässt. Auch dicke Absorber können sie nicht komplett schlucken. Andererseits durchfliegen die meisten γ -Quanten unseren Körper, ohne ihn zu schädigen.

⁴Beim γ -„Zerfall“ zerfällt eigentlich gar nichts. Es handelt sich vielmehr um den Übergang eines Atomkerns von einem angeregten Zustand auf den Grundzustand (bzw. einen energetisch niedrigeren Zustand). Die dabei emittierte γ -Strahlung ist extrem kurzwellige elektromagnetische Strahlung.

