

## Potential

### Aufgabe pot 1)

Bestimme, falls möglich, für jede Funktion  $\vec{f}$  eine Potentialfunktion  $\Phi$ !

$$\text{a) } \vec{f}(x, y) = \begin{pmatrix} 1 + y^2 \\ 2xy \end{pmatrix} \quad \text{b) } \vec{f}(x, y) = \begin{pmatrix} 1 + xy + y^2 \\ 2xy \end{pmatrix} \quad \text{c) } \vec{f}(x, y) = \begin{pmatrix} x \\ xy \end{pmatrix}$$

### Aufgabe pot 2)

Bestimme, falls möglich, für jede Funktion  $\vec{f}$  eine Potentialfunktion  $\Phi$ !

$$\text{a) } \vec{f}(x, y, z) = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad \text{b) } \vec{f}(x, y, z) = \begin{pmatrix} 2x + y \\ x + 2yz \\ y^2 + 2z \end{pmatrix}$$

Anm.: Die Definitionsbereiche der Funktionen seien jeweils maximal gewählt!

### Aufgabe pot 3)

Die Gravitationskraft zwischen zwei Punktmassen  $m$  und  $M$  ist gegeben durch  $\vec{F} = -\gamma \frac{m \cdot M}{r^2} \vec{r}_0$  (Newtonsches Gravitationsgesetz). Die potentielle Energie ist gegeben durch  $E_{\text{pot}} = -\gamma \frac{m \cdot M}{r}$ .

Hierbei ist  $\gamma = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}$  die Gravitationskonstante,  $m$  und  $M$  sind die Massen<sup>1</sup> der

Körper,  $r$  ist ihr Abstand und  $\vec{r}_0 = \frac{\vec{r}}{r}$  ist ein Einheitsvektor, der von  $M$  zu  $m$  zeigt.

- Berechne  $-\text{grad } E_{\text{pot}}$ ! (Tipp: Verwende Aufgabe grad 4!) Was fällt auf?
- Der von der Probemasse  $m$  unabhängige Term  $-\gamma \frac{M}{r^2} \vec{r}_0$  wird Gravitationsfeldstärke genannt. Welche anschauliche Bedeutung hat er?  
Falls du keine Idee hast, berechne seinen (betragsmäßigen!) Wert auf der Erdoberfläche ( $M_{\text{Erde}} = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ ,  $r_{\text{Erde}} = 6370 \text{ km}$ )! (Einheiten beachten!)

### Literatur:

**Merziger / Wirth: Repetitorium der Höheren Mathematik, Binomi-Verlag 2006**  
**Potential: S. 541 bis 545**

Aufgaben: pot 1c = REP 18.56a & 18.57, pot 2b = REP 18.56b

**Achtung, „Hirn einschalten“ ☺!**

**Manche Funktionsterme ähneln sich. In der Rechnung sind also nur einzelne Terme zu ergänzen bzw. zu entfernen!**

<sup>1</sup> Meistens ist  $M$  sehr viel größer als  $m$ . Man sagt dann:  $M$  ist die felderzeugende Masse,  $m$  ist die Probemasse.  
Beispiel:  $M \hat{=} \text{Erde}$ ;  $m \hat{=} \text{Satellit}$