

Kurvenintegrale

Aufgabe KI 1)

Es sei $\vec{f}(\vec{x}) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -m \cdot g \end{pmatrix}$, m und g seien Konstanten. \vec{f} ist also ein konstantes Vektorfeld.

Es seien $K_a = \left\{ \vec{x}(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ t \end{pmatrix} \mid 0 \leq t \leq h \right\}$ und $K_b = \left\{ \vec{x}(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{h}{2} \sin t \\ \frac{h}{2} \cdot (1 - \cos t) \end{pmatrix} \mid 0 \leq t \leq \pi \right\}$ zwei Kurven,

h sei konstant.

- Beschreibe in Worten oder durch eine Skizze, wie die beiden Kurven im Raum verlaufen! Was sind die Anfangs- und Endpunkte der Kurven?
- Berechne jeweils das Kurvenintegral $\int_K \vec{f}(\vec{x}) \cdot d\vec{x}$!
(Anm.: Die Rechnung ist sehr einfach, da das Vektorfeld konstant ist.)
- Interpretiere die Ergebnisse! (Tipp: Das Vektorfeld \vec{f} ist ein „alter Bekannter“. ☺)

Aufgabe KI 2)

Es seien $\vec{f}(\vec{x}) = \begin{pmatrix} x \\ xy \end{pmatrix}$ und $K_a = \left\{ \vec{x}(t) = \begin{pmatrix} t \\ t \end{pmatrix} \mid 0 \leq t \leq 1 \right\}$, $K_b = \left\{ \vec{x}(t) = \begin{pmatrix} t \\ t^2 \end{pmatrix} \mid 0 \leq t \leq 1 \right\}$ und $K_c = K_1 \cup K_2$ mit $K_1 = \left\{ \vec{x}(t) = \begin{pmatrix} t \\ 0 \end{pmatrix} \mid 0 \leq t \leq 1 \right\}$ und $K_2 = \left\{ \vec{x}(t) = \begin{pmatrix} 1 \\ t \end{pmatrix} \mid 0 \leq t \leq 1 \right\}$.

- Beschreibe in Worten oder durch eine Skizze, wie die Kurven verlaufen!
- Berechne jeweils das Kurvenintegral $\int_K \vec{f}(\vec{x}) \cdot d\vec{x}$!

Literatur:

Merziger / Wirth: Repetitorium der Höheren Mathematik, Binomi-Verlag 2006
Kurvenintegrale: S. 538 bis 545

Aufgaben: KI 2 = REP 18.54