

Rotation

Aufgabe rot 1)

Es sei $\vec{f}(x,y,z) = \begin{pmatrix} xy \\ xz \\ x^2yz^2 \end{pmatrix}$. Bestimme $\text{rot } \vec{f}(x,y,z)$ und $\text{rot } \vec{f}(1,2,3)$!

Aufgabe rot 2)

Ein starrer Körper rotiere mit konstanter Winkelgeschwindigkeit

$\vec{\omega} = \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{pmatrix}$ um eine feste Achse. Dann besitzt ein Punkt $\vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

die Bahngeschwindigkeit $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$. Berechne $\text{div } \vec{v}$ und $\text{rot } \vec{v}$!

Aufgabe rot 3)

Begründe, warum $\text{rot}(\text{grad } f) = \vec{0}$ und $\text{div}(\text{rot } \vec{f}) = 0$ „triviale Gleichungen“ sind, wenn man Gradient, Divergenz und Rotation durch den Nabla-Operator $\vec{\nabla}$ ausdrückt und diesen formal wie einen Vektor behandelt.

Anm.: Das ist kein echter „Beweis“ der obigen Gleichungen – eher eine „Plausibelmachen“.

Zusatzfrage: Was lässt sich zu dem Ausdruck $\text{rot}(\text{div } \vec{f})$ sagen?

Literatur:

Merziger / Wirth: Repetitorium der Höheren Mathematik, Binomi-Verlag 2006
Skalar- und Vektorfelder / Differentialoperatoren: S. 522 bis 538

Aufgaben: rot 1 = REP 18.39a