

## Der Satz von Gauß

### Aufgabe Gauß 1)

Ein Vektorfeld  $\vec{f}$  sei gegeben durch  $\vec{f}(x,y,z) = \begin{pmatrix} z \\ y \\ z+1 \end{pmatrix}$ . Ein Kegel sei gegeben

$$\text{durch } K = \left\{ \vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho \cos \varphi \\ \rho \sin \varphi \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \leq \rho \leq 2 \wedge 0 \leq \varphi < 2\pi \wedge 0 \leq z \leq 2 - \rho \right\}.$$

Verifiziere den Satz von Gauß, d.h. berechne den Fluss durch die Oberfläche des Kegels einmal direkt und einmal durch Berechnung des entsprechenden Volumenintegrals über  $\text{div } \vec{f}$  und prüfe, ob sich in beiden Fällen das gleiche Ergebnis ergibt!

Anm.:

(1) Die Oberfläche des Kegels enthält zwei Teile: Den Kegelmantel und den Kegelboden. Beide müssen parametrisiert und die entsprechenden Flussintegrale berechnet werden.

(2) Die Normale muss – nach Konvention - jeweils nach außen zeigen! Sonst ergeben sich Vorzeichenfehler.

### Aufgabe Gauß 2)

Berechne den Fluss des Vektorfeldes  $\vec{f}(x,y,z) = \begin{pmatrix} 2z \\ x+y \\ 0 \end{pmatrix}$

$$\text{durch die Oberfläche der Kugel } K = \left\{ \vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2 \text{ mit } R \in \mathbb{R}^+ \text{ konst.} \right\}$$

mit Hilfe des Satzes von Gauß!

### Aufgabe Gauß 3)

Berechne den Fluss des Vektorfeldes  $\vec{f}(x,y,z) = \begin{pmatrix} xy^2 \\ x^2y \\ y \end{pmatrix}$

$$\text{durch die Oberfläche des Zylinders } Z = \left\{ \vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 \leq 1 \wedge -1 \leq z \leq 1 \right\}!$$

### Aufgabe Gauß 4)

Wie Aufgabe „Gauß 2“, aber diesmal durch direktes Ausrechnen des Flussintegrals!

Literatur:

**Merziger / Wirth: Repetitorium der Höheren Mathematik, Binomi-Verlag 2006  
Integralsätze der Vektoranalysis, S. 550 bis 558**

Aufgaben: Gauß 1 = REP 18.63