Jörg Fandrich

# Taylorreihe

### Aufgabe Taylor 1)

Bestimme die Taylorreihe von f(x) = $x \cdot e^x$ bei $x_0 = 0$ !

### Aufgabe Taylor 2)

Beweise durch Verwendung der Taylorreihe ( $e^x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} x^k$ ), dass $\frac{d}{dx}\left(e^x\right) = e^x$ !

### Aufgabe Taylor 3)

Bestimme die Taylorreihe von f bei $x_0 = 0$ durch Verwendung bekannter Taylorreihen!

a) f(x) = $e^{-x}$ b) f(x) = $\frac{1}{1-x^2}$ c) f(x) = $\frac{2}{1+x^3}$

### Aufgabe Taylor 4)

Berechne $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sin(x)}{x}$ mit Hilfe der Sinus-Taylorreihe ( $\sin x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2k+1)!} x^{2k+1}$ ) !

### Aufgabe Taylor 5)

Zeige, dass $T^{(k)}(x_0, x_0) = f^{(k)}(x_0)$ für $k \in \mathbb{N}_0$ !
(In Worten: Zeige, dass Taylorreihe und Originalfunktion an der Stelle x = $x_0$ sowohl in ihren Funktionswerten als auch in den Werten ihrer Ableitungen übereinstimmen!)

### Aufgabe Taylor 6*)

Bestimme die Taylorreihe von f(x) = cos x bei $x_0 = \frac{\pi}{6}$ !

Anmerkungen:

1. Zur Definition einer Funktion f ist die Angabe einer Funktionsgleichung f(x) und des Definitionsbereiches $ID_f$ erforderlich. Physiker lassen die Angabe des Definitionsbereiches oft weg und gehen stillschweigend davon aus, dass dieser maximal ist. Außerdem unterscheiden sie oft sprachlich nicht zwischen Funktion f und Funktionsgleichung bzw. Funktionswert f(x).
2. $x_0$ wird auch als Entwicklungspunkt, besser noch als **Entwicklungsstelle** der Taylorreihe bezeichnet. Manche Autoren sprechen auch vom „Zentrum" der Potenzreihe.
   Man sagt: Die Potenzreihe wird „um die Stelle $x_0$" (oder „bei" oder „an der Stelle $x_0$") entwickelt.

**Literatur:**

**Merziger / Wirth: Repetitorium der Höheren Mathematik,**
**Binomi-Verlag 2006 / 2010**
**Taylorreihe: S. 354 – 359**

Aufgaben: Taylor 1 = REP 14.38 & 14.39, Taylor 4 = REP 14.44, Taylor 6 = REP 14.43