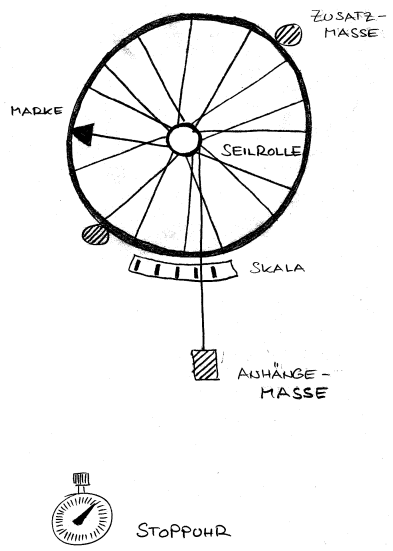
GLEICHMÄSSIG BESCHLEUNIGTE DREHBEWEGUNG	GPI



Stichworte

Drehbewegungen starrer Körper.

Drehmoment; Trägheitsmoment, *Steinerscher Satz*.

Bewegungsgleichung.

Reibungskräfte.

Ziele des Versuchs

Untersuchung der Bewegungsgleichung für Drehbewegungen starrer Körper um eine feste Achse; Überprüfung des *Steinerschen Satzes*; Untersuchung von Reibungsbeiträgen.

Einführung in elementare Mess- und Auswertetechniken und in Fehlerrechnung.

Literatur

[1]: Kapitel 2.2, 2.3

[2]: Kapitel 10.2, 10.3

Aufgaben

Untersuchung gleichmäßig beschleunigter Drehbewegungen:

- Messung von Weg-Zeit-Abhängigkeiten,
- Messung von Drehmoment-Zeit-Abhängigkeiten und
- Messung der Reibungsverluste

für unterschiedliche Trägheitsmomente (mit und ohne Zusatzmassen).

1. Qualitative und quantitative Überprüfung des Bewegungsgesetzes. Messung der Zeit in Abhängigkeit des Drehwinkels (bei festem Drehmoment) und in Abhängigkeit des Drehmoments (bei festem Drehwinkel). Bestimmung der Trägheitsmomente (mit und ohne Zusatzmassen) des Rades aus den Messungen und Vergleich mit dem berechneten Wert aus dem *Steinerschen Satz*.
2. Diskussion von Reibungseinflüssen und Reibungsmodellen (Abhängigkeit von Reibungskräften bzw. Reibungsmomenten von den verschiedenen Bewegungsparametern) aus den Ergebnissen der Messungen.

Physikalische Grundlagen

Für Rotationsbewegungen starrer Körper um eine feste Achse gilt analog zur Bewegungsgleichung für Translationsbewegungen

$$\vec{M} = I \frac{d\vec{\omega}}{dt} \tag{1}$$

mit dem Drehmoment $M = r \times F$, dem *Trägheitsmoment* I und der *Winkelgeschwindigkeit* $\omega = d\phi/dt$. Die allgemeine Formulierung von (1) lautet mit dem *Drehimpuls* L**:**

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt} \tag{2}$$

aus der für ein abgeschlossenes System ($M = 0$) die *Drehimpulserhaltung* folgt. Das Trägheitsmoment ist definiert als:

$$I = \int_V r^2 dm \tag{3}$$

und lässt sich für homogene und symmetrische Körper durch eine geeignete Zerlegung in Volumenelemente dV und die Umformung d$m = \sigma \cdot$dV berechnen. Liegt die Drehachse im Abstand a vom Schwerpunkt, dann erhält man als Trägheitsmoment *(Steinerscher Satz*):

$$I = I_s + m\,a^2 \tag{4}$$

wobei I_s das Trägheitsmoment des Körpers bezüglich einer zur Drehachse parallelen Achse durch seinen Schwerpunkt ist.

Durch Integration der Bewegungsgleichung für ein konstantes Drehmoment mit den Anfangsbedingungen ω_0 und ϕ_0 folgt als Bewegungsgesetz für die Zeitabhängigkeit des Drehwinkels:

$$\phi = \frac{M}{2\,I}\,t^2 + \omega_0\,t + \phi_0 \tag{5}$$

Reibung

Reibung entsteht durch Wechselwirkungen in den mikroskopischen Grenz- bzw. "Kontakt"bereichen an Oberflächen oder im Innern von Materie (innere Reibung bei Flüssigkeiten). Die tatsächlichen Vorgänge sind oft kompliziert und analytisch schwer zu beschreiben und werden dann durch geeignete empirische Ansätze berücksichtigt (konstante *Haftreibung*, geschwindigkeitsproportionale Reibung, Abhängigkeit vom Quadrat der Geschwindigkeit, ...).

An den Fahrrad-Laufrädern des Versuchs tritt Lager- und Luftreibung auf, wobei die Einflüsse im Rahmen der gegebenen Messgenauigkeit (Ablesefehler bei den Drehwinkeln, subjektive Fehler bei der Zeitmessung mit Handstoppuhren) bei den kinematischen Daten an der Nachweisgrenze liegen und geeignete Mess- und Auswertemethoden herangezogen werden müssen.

Bei der einfachsten (aber unrealistischen?) Annahme eines konstanten *Reibungsmoments* M_R liegt eine Möglichkeit darin, das Drehmoment zu variieren und die Daten geeignet linearisiert aufzutragen, so dass ein zusätzlicher konstanter Anteil am Drehmoment als Achsenabschnitt erkannt werden kann.

Das Bewegungsgesetz (5) liefert (für festen Drehwinkel ϕ_n und mit $\omega_0 = \phi_0 = 0$ als linearisierte Funktion $M(1/t^2)$:

(6) $$M = M_R + 2\, I\, \phi_n \frac{1}{t^2}$$

Sehr viel deutlicher wird der Reibungseinfluss an dem Energieverlust der Anhängemasse beim Wiederaufstieg nach Ablauf des Seils, wobei ohne Reibung die Ausgangshöhe wieder erreicht werden müsste. Aus den Messungen dieses Energieverlusts (der Höhendifferenz der Anhängemasse) in Abhängigkeit der übrigen Bewegungsdaten lassen sich dann genauere Aussagen über den Reibungsbeitrag herleiten.

Darstellung der Physikalischen Grundlagen

(zur Vorbereitung als Teil des Berichts). Angabe und kurze Diskussion der Bewegungsgleichung und deren Lösung für den vorliegenden Fall (gleichmäßig beschleunigte Drehbewegungen starrer Körper um eine feste Achse).

Herleitung des *Steinerschen Satzes*. Berechnung des Trägheitsmomentes starrer Zylinder.

Apparatur und Geräte

Drehkörper (Fahrrad-Laufrad mit einer Seilrolle auf der Drehachse; siehe Abbildung auf der Titelseite). Schnur, Anhängegewichte zur Ausübung konstanter Drehmomente. Zylindrische Zusatzmassen zur definierten Veränderung des Trägheitsmomentes. Satz Anhängegewichte; Waage.

Handstoppuhren (1/10 s).

Metallmaßstab, Schiebelehre.

Versuchsdurchführung und Auswertung

Allgemeine Hinweise

Zum Ausgleich von Unwucht des Rades ist eine kleine Ausgleichsmasse in den Speichen angebracht. Noch verbleibende Unwucht ist gegebenenfalls durch geeignetes messtechnisches Vorgehen zu berücksichtigen (Messung für beide Drehrichtungen und Mittelwertbildung).

Für die Messungen mit Zusatzmassen ist auf die geometrisch richtige Befestigung der Zusatzmassen zu achten.

Gegebenenfalls ist bei den Messungen auch das Gewicht der Feder am Ende der Schnur und der Durchmesser der Schnur zu berücksichtigen. (Zur Wahl von Anzahl und Lage der Messpunkte siehe auch *GRAFISCHE DARSTELLUNGEN UND GRAFISCHE AUSWERTUNG VON FUNKTIONEN* in diesem Skript).

Die Markierungspfeile an den Rädern sind so angebracht, dass bei völlig abgewickelter Schnur (Umkehrpunkt des Anhängegewichts) der Pfeil auf die Null-Markierung der Skala zeigt. Bruchteile einer Umdrehung beim Rücklauf müssen geschätzt werden.

Zu Aufgabe 2

Es sind vier Messreihen

$$t\,(\phi;\ M,\ I_0),$$
$$t\,(\phi;\ M,\ I_0 + I_z),$$
$$t\,(M;\ \phi_n, I_0),$$
$$t\,(M;\ \phi_n, I_0 + I_z)$$

aufzunehmen und durch linearisierte Darstellungen ϕ gegen t^2 bzw. *M gegen* $1/t^2$ auszuwerten (Bestimmung der Trägheitsmomente aus den Anstiegen der erwarteten Geraden; Bestimmung eines konstanten Anteils am Reibungsmoment).

Zu Aufgabe 2

Berechnung der geleisteten Reibungsarbeit für die einzelnen Messungen aus der Höhendifferenz des Anhängegewichts nach dem Wiederaufstieg und Vergleich mit den übrigen Versuchsdaten (Gesamtgewicht des Rades bzw. Belastung der Drehachse; mittlere Geschwindigkeit). Diskussion der Ergebnisse im Rahmen einfacher Reibungsmodelle.

Ergänzende Fragen

1. Die beschleunigt fallende Anhängemasse wirkt nicht mit ihrem vollen Gewicht auf die Rolle des Rades. Warum nicht? Wie lautet die vollständige Bewegungsgleichung und wie groß ist der maximal auftretenden Fehler abzuschätzen?
2. Wie kann an einem einfachen Beispiel eines starren Körpers (ideale Hantel) der Unterschied zwischen *statischer* und *dynamischer* Unwucht erklärt werden?
3. Wie ist die Umkehr der Anhängemasse bei der geleisteten Reibungsarbeit zu berücksichtigen?