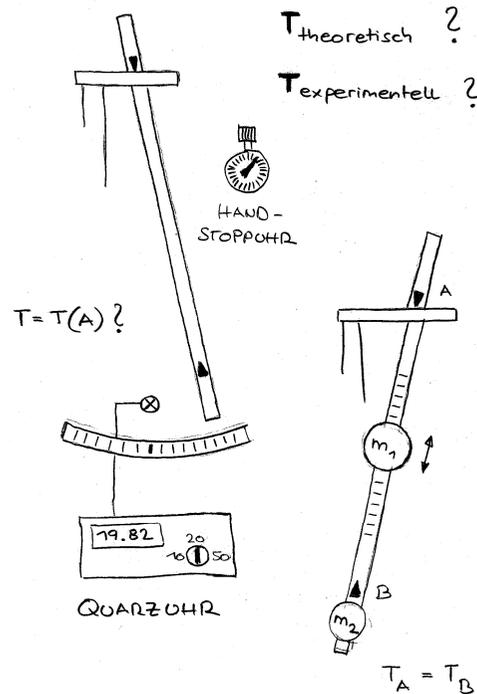


SCHWEREPENDEL

GPI

Stichworte

Drehbewegungen starrer Körper; Drehmoment; Trägheitsmoment, *Steinerscher Satz*.

Freie, harmonische Schwingungen (Drehpendel), Bewegungsgesetz.

Reduzierte Pendellänge; Reversionspendel.

Ziele des Versuchs

Untersuchung von Drehschwingungen eines Schwerependels.

Vertiefung von Fehlerrechnung und Fehlerdiskussion im Rahmen der vergleichsweise hohen Messgenauigkeit an der Apparatur.

Literatur

[1]: Kapitel 1.4, 2.2, 2.3

[2]: Kapitel 22.1, 22.3

Aufgaben

- Messung der Schwingungszeit eines Schwerependels (Pendel ohne Zusatzmassen) in Abhängigkeit von der Amplitude.
- Messung der Fallbeschleunigung nach der Reversionsmethode (Pendel mit aufgesetzten Zusatzmassen).

Physikalische Grundlagen

Die Bewegungsgleichung für Drehbewegungen starrer Körper um eine feste Achse lautet:

$$(1) \quad M = I \frac{d^2 \phi}{dt^2}$$

wobei M das Drehmoment, I das Trägheitsmoment und ϕ der Drehwinkel sind. Für ein (physikalisches) Schwerependel mit einem rücktreibendem Drehmoment $M = -s m g \sin \phi$ (Abstand Drehpunkt-Schwerpunkt s , Masse m), und unter der Näherung $\sin \phi \approx \phi$ ergibt sich aus (1) eine harmonische Schwingung, deren Frequenz bzw. Periodendauer (Schwingungszeit) aus der Eigenwertgleichung des Lösungsansatzes folgt:

$$(2) \quad T_0 = 2 \pi \sqrt{\frac{I}{m s g}}$$

Mit der Einführung der *reduzierten Pendellänge* $L = I/(m s)$ wird eine Analogie zum mathematischen Pendel hergestellt:

$$(3) \quad T_0 = 2 \pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

Die Lösung der Bewegungsgleichung mit dem korrekten Drehmoment $-s m g \sin \phi$ führt auf eine Reihenentwicklung:

$$(4) \quad T = T_0 \left[1 + \frac{1}{4} \sin^2 \frac{\phi_0}{2} + \left(\frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} \right)^2 \sin^4 \frac{\phi_0}{2} + \dots \right]$$

d.h. auf eine Amplitudenabhängigkeit von T . Wird nur der erste Korrekturterm berücksichtigt, und an dieser Stelle wieder $\sin \phi$ durch ϕ genähert, so erhält man:

$$(5) \quad T = T_0 \left[1 + \frac{\phi_0^2}{16} \right]$$

Reversionspendel

Für ein gegebenes Pendel kann die Berechnung des Trägheitsmomentes I und des Schwerpunktabstandes s schwierig sein. Als *Reversionspendel* bezeichnet man eine Messmethode bzw. Anordnung, bei der der Ausdruck $I/(m \cdot s)$ auf eine einfach zu messende Länge zurückgeführt wird.

Setzt man das Trägheitsmoment nach dem *Steinerschen Satz* aus „Formanteil“ I_s (Trägheitsmoment zur Schwerpunktsachse) und einem „Punktmassenanteil“ $m \cdot s^2$ zusammen, so ist nach (2):

$$(6) \quad T = 2 \pi \sqrt{\frac{I_s + m s^2}{m s g}}$$

Durch Gleichsetzen dieser Beziehung für zwei Werte s_1 und s_2 können zwei Schwerpunktabstände (Drehpunkte) gesucht werden, für die das Pendel die gleiche Schwingungszeit besitzt. Es ergibt sich eine quadratische Gleichung mit den Lösungen:

$$(7a) \quad s_2 = s_1$$

$$(7b) \quad s_2 = \frac{I_s}{m s_1}$$

Die erste Lösung ist trivial und bringt keinen weiteren methodischen Nutzen. Bildet man die Summe der Schwerpunktabstände für den zweiten Fall, so ergibt dies gerade die reduzierte Pendellänge L :

$$(8) \quad s_1 + s_2 = \frac{I_s}{m s_1} + s_1 = \frac{I_s + m s_1^2}{m s_1} = \frac{I}{m s} = L$$

Ordnet man an einem Pendel auf einer Linie durch den Schwerpunkt zwei Drehpunkte mit unterschiedlichem Abstand vom Schwerpunkt an, so dass sich für beide Drehpunkte die gleiche Schwingungszeit ergibt, dann ist der (einfach messbare) Abstand der Drehpunkte gleich der benötigten reduzierten Pendellänge L .

Darstellung der physikalischen Grundlagen

(zur Vorbereitung als Teil des Berichts): Darstellung der Lösung der Bewegungsgleichung in der genäherten Form für ein lineares Rückstellmoment.

Berechnung des Trägheitsmomentes einer linearen Massenverteilung. Beweis zu Aufgabe 2.

Apparatur und Geräte

Pendel aus Flachstahl (ca. 1,70 m lang) mit zwei symmetrisch angeordneten Drehpunkten (Schneiden) und zusätzlich anbringbaren Massen (siehe Titelseite).

Handstoppuhr (Auflösung 1/100 s). Lichtschrankengesteuerte Quarz-Stoppuhr (Genauigkeit 10^{-5} , Auflösung 1/100 s).

Versuchsdurchführung und Auswertung

Zu Aufgabe 1

Die Messungen sollen zum Vergleich sowohl mit einer Handstoppuhr als auch mit der lichtschrankengesteuerten Quarzuhr durchgeführt werden. In beiden Fällen sind die Genauigkeit und Reproduzierbarkeit zu untersuchen und bei den Überlegungen zum Umfang der Messungen zu berücksichtigen (Anzahl der Perioden). Maximal-Wegamplitude (am unteren Ende der Pendelstange) ca. 30 cm.

Bitte das Pendel bei großen Amplituden vorsichtig auslenken, um Kollisionen mit den übrigen Teilen der Apparatur zu vermeiden!

Zur Auswertung werden die Schwingungszeiten gegen das Quadrat der Amplitude grafisch aufgetragen.

Die Berechnung der Schwingungszeit des Pendels kann aus den im Platzskript angegebenen geometrischen Abmessungen und der Fallbeschleunigung (genauer Wert von g siehe *KONSTANTEN* im allgemeinen

Teil dieser Praktikumsanleitung) unter Anwendung des *Steinerschen Satzes* erfolgen. Die Pendelstange ist als linearer Körper zu idealisieren. Zusätzlich können mit den angegebenen Daten die Aussparung in der Stange und die eingesetzte Schneide berücksichtigt werden. Vergleichen und diskutieren Sie die berechneten mit den gemessenen Ergebnissen.

Zu Aufgabe 2

Für diese Messungen müssen die Zusatzmassen auf die Pendelstange aufgesetzt werden. Die große Zusatzmasse muss sich zwischen den Schneiden befinden, die kleine Zusatzmasse außerhalb der Schneiden, so dass die rote Pfeilmarkierung bei der Strichmarkierung A steht. Bei dem Pendel in dieser Form ist der Wert der reduzierten Pendellänge durch den Schneidenabstand fest vorgegeben ($L = 0,9941 \text{ m} \pm 0,0002 \text{ m}$), aber die Schwerpunktlage kann durch Verschieben insbesondere der großen Masse verändert werden.

Eine unsystematische Suche nach einer Stellung mit gleicher Schwingungszeit für beide Drehpunkte ist aus zwei Gründen unbefriedigend. Zum einen würde man sich der gesuchten Einstellung nur zufällig und sukzessive nähern. Zum anderen würden alle Messungen bis zum Erreichen dieser Einstellung zum Ergebnis und seiner Genauigkeit nicht mehr beitragen. Günstiger ist es, nacheinander für beide Drehpunkte die Schwingungszeit in Abhängigkeit der Position des großen Gewichts zu messen und in einem gemeinsamen Diagramm grafisch darzustellen. Es sollte sich ein Schnittpunkt $T_1 = T_2$ ergeben, dessen Lage und Genauigkeit dann durch die Gesamtheit aller Messwerte bestimmt wird.